



# MATEMÁTICA FINANCIERA:

UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

William Sarmiento Espinoza

Kléber Luna Altamirano



# Matemática financiera: una experiencia en el aula

William Sarmiento Espinoza  
Kléber Luna Altamirano

## **Matemática financiera: una experiencia en el aula**

© **Autores:**

**William Sarmiento Espinoza**

Docente Investigador de la Universidad Católica de Cuenca

**Kléber Luna Altamirano**

Docente Investigador de la Universidad Católica de Cuenca

© **Universidad Católica de Cuenca**

© **Editorial Universitaria Católica**

**e-ISBN:** 978-9942-27-137-2

**Editor:**

Dr. Ebingen Villavicencio Caparó

**Edición y corrección:**

Dr. Ebingen Villavicencio Caparó

**Diagramación y maquetación:**

Dis. Gustavo Corral Maldonado

**Diseño de portada:**

Dis. Alexander Campoverde Jaramillo

© Sobre la presente edición:

Primera Edición, 29 de octubre de 2021

**Impresión:**

Editorial Universitaria Católica (EDUNICA)

Esta obra cumplió con el proceso de revisión por pares académicos bajo la modalidad de doble par ciego.

Queda prohibida la reproducción total o parcial de la obra sin permiso por escrito de la Universidad Católica de Cuenca, quien se reserva los derechos para la primera edición.

## **AGRADECIMIENTO**

Primeramente, a Dios por darnos la vida y salud. A nuestras esposas e hijos, por estar presentes no solo en este proceso académico, sino en todo momento ofreciéndonos lo mejor en este transitar de la vida. A la editorial EDUNICA de la Universidad Católica de Cuenca, por su apoyo incondicional en el proceso de publicación de esta obra, misma que ira en beneficio de la juventud que se educa en nuestra casa de estudios superior.



# PRÓLOGO

Es evidente hoy en día, que el profesional dentro de las áreas de la administración y gestión financiera en el momento de ejercer su función, debe ceñirse a su conocimiento, competencias y habilidades propias. Y es en este contexto, en donde radica la principal cualidad de la presente obra; un elemento bibliográfico estructurado y redactado con dedicación y precisión por los autores quienes proponen con la publicación no solamente un instrumento para estudiantes, sino también una herramienta técnica para el ejercicio profesional, pues cubre los vacíos de conocimiento en un entorno de aplicación práctica.

El complicado campo de la Matemática Financiera, es abordado con soltura por los autores con parámetros de calidad al proponer un conjunto de ejercicios resueltos, que en su resolución despliegan una metodología con enfoque científico a través del uso eficiente de herramientas informáticas. La obra contiene como fragmentos principales: una instancia, en donde se contemplan nociones generales de las matemáticas; un siguiente acápite que se dedica al cálculo comercial analizando los problemas específicos de la medida numérica con cuestiones propias de la materia; es un desglose de contenidos sistematizados con hilaridad en donde el lector descubrirá la complementariedad a su base teórica.

En síntesis, es un trabajo completo, de contrastada madurez, bien delimitado y estructurado con una gran praxis; obra que refleja no sólo la gran capacidad y discernimiento de sus autores, sino la habilidad de transportar lo abstracto hacia lo concreto por una vía útil y sencilla, favoreciendo con sus tintes didácticos, la comprensión de las Matemáticas Financieras; libro que en mi condición de Docente Investigador de la Universidad Católica de Cuenca lo exalto y felicito, pues contribuirá a la solución de los problemas propios del ámbito financiero en un mundo globalizado.

**Ing. Diego Cordero Guzmán MSIG, PhD**

Docente – Investigador



# ÍNDICE

<b>Bloque temático 1. Interés simple.....</b>	<b>11</b>
1.1	Introducción..... 11
1.2	Definiciones:..... 12
1.3	Elementos del interés simple ..... 12
1.4	Valor futuro y valor actual ..... 13
	Gestión de aprendizaje 1..... 16
1.5	Tasa de interés y tiempo..... 18
	Gestión de aprendizaje 2..... 21
1.5.1	Tiempo real y tiempo aproximado ..... 25
	Gestión de aprendizaje 3..... 28
1.6	Interés comercial (ordinario) y real (exacto)..... 32
	Gestión de aprendizaje 4..... 35
1.7	Determinación del tiempo e interés..... 38
	Gestión de aprendizaje 5..... 41
1.8	Ecuaciones de valor equivalentes: ..... 46
1.8.1	Fecha focal ..... 47
1.8.2	Diagramas de flujo de caja ..... 48
	Gestión de aprendizaje 6..... 50
<b>Bloque temático 2. Interés compuesto.....</b>	<b>73</b>
2.1	Introducción..... 73
2.2	Definición del interés compuesto..... 74
2.3	Comparación entre el interés simple y compuesto..... 74

2.4	Tasa periódica, nominal, tasa efectiva y tasa equivalente .....	75
2.4.1	Tasa periódica .....	75
2.4.2	Tasa de interés nominal.....	75
2.4.3	Tasa de interés efectiva.....	75
2.4.4	Tasa equivalente .....	76
2.4.5	Periodo .....	76
	Gestión de aprendizaje 1.....	81
2.5	Cálculo del valor futuro y valor actual con interés compuesto.....	94
	Gestión de aprendizaje 2.....	96
2.6	Cálculo de la tasa de interés compuesto tiempo.....	115
	Gestión de aprendizaje 3.....	116
2.7	Ecuaciones equivalentes con interés compuesto .....	124
	Gestión de aprendizaje 4.....	129
2.8	Descuento compuesto.....	139
	Gestión de aprendizaje 5.....	141
 <b>Bloque temático 3. Anualidades vencidas, anticipadas y diferidas.....</b>		<b>149</b>
3.1	Introducción.....	149
3.2	Clasificación de las anualidades.....	151
3.3	Valor futuro y valor actual de las anualidades vencidas .....	152
	Gestión de aprendizaje 1.....	156
3.4	Cálculo de la renta y tiempo en una anualidad simple cierta vencida.....	163
	Gestión de aprendizaje 2.....	166
	Gestión de aprendizaje 3.....	170
3.5	Cálculo del interés de una anualidad simple cierta vencida.....	175

	Gestión de aprendizaje 4.....	179
3.6	Valor futuro y valor actual de las anualidades simples ciertas anticipadas.....	181
	Gestión de aprendizaje 5.....	185
3.7	Cálculo de la renta y tiempo en una anualidad simple, cierta anticipada.....	187
	Gestión de aprendizaje 6.....	194
3.8	Anualidades diferidas.....	196
3.9	Cálculo de la renta, tiempo y tasa en una anualidad diferida....	201
3.10	Tasa de una anualidad diferida.....	207
	Gestión de aprendizaje 7.....	211

#### **Bloque temático 4. Anualidades generales y amortización.....223**

4.1	Anualidades ciertas caso general.....	223
4.2	Conversión de una anualidad general en una anualidad simple..	224
4.3	Valor futuro y valor actual de las anualidades generales ciertas ordinarias.....	224
	Gestión de aprendizaje 1.....	226
4.4	Cálculo de la renta, tiempo y tasa de interés de una anualidad general cierta ordinaria.....	231
	Gestión de aprendizaje 2.....	231
4.5	Introducción a la amortización.....	235
4.6	Tablas y fondo de amortización.....	235
4.6.1	Sistema francés.....	236
4.6.2	Sistema alemán.....	236
4.6.3	Sistema americano.....	236
	Gestión de aprendizaje 3.....	242
	Bibliografía.....	259



# MATEMÁTICA FINANCIERA: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

## BLOQUE TEMÁTICO 1

### INTERÉS SIMPLE

- 1.1 Introducción
- 1.2 Definiciones
- 1.3 Elementos del interés simple
- 1.4 Valor futuro y valor actual
- 1.5 Tasa de interés y tiempo
  - 1.5.1 Tiempo real y tiempo aproximado
- 1.6 Interés comercial y real
- 1.7 Determinación del tiempo e interés
- 1.8 Ecuaciones de valor equivalentes

#### Desarrollo

##### 1.1 Introducción

Desde el punto de vista teórico, existen dos tipos de interés, el simple y el compuesto. Sin embargo, en el contexto práctico el interés compuesto, es el que se usa en todas las actividades económicas, comerciales y financieras. El interés simple, resulta siempre menor al interés compuesto, puesto que al no capitalizar intereses la base para su cálculo permanece constante en el tiempo, a diferencia del interés compuesto. El interés simple es utilizado por los prestamistas particulares y prendarios. En este bloque, se desarrollarán los conceptos básicos del interés simple.

## 1.2 Definiciones:

De acuerdo a los autores:

García (2014), afirma “Cuando el interés se paga sólo sobre el capital prestado, se le conoce como interés simple y se emplea en préstamos a corto plazo” (p.2).

Se llama interés simple aquel en el cual los intereses devengados en un periodo no ganan intereses en los periodos siguientes, independientemente de que se paguen o no. Únicamente sobre el capital principal se liquidan los intereses sin tener en cuenta los intereses precedentes causados. La liquidación de los intereses se hace sobre el saldo insoluto, es decir, sobre el capital no pagado. (Meza, 2011, p.32)

Lincoyan (2005), asevera “Interés es el alquiler o rédito que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo” (p.17). Por su parte, Santana (2016), sostiene “La forma más sencilla de pago de intereses es la que se establece periódicamente sobre el mismo monto o inversión inicial. A este método de liquidación de intereses se le llama interés simple” (p.24).

## 1.3 Elementos del interés simple

$I$  = Interés: Es la cantidad de dinero cobrado o pagado por el uso del capital durante el tiempo en el que se prestó o se endeudó

$VA$  = Valor Actual: Cantidad de dinero que se presta o se invierte, también se le denomina principal y en otros contextos conocido como valor presente o principal

$i$  = Tasa de Interés: Cantidad de dinero que se paga o se cobra por cada 100 en concepto de interés; también llamada tanto por ciento. (TASA)

$n$  = Número de períodos: Es el número de días u otras unidades de tiempo que transcurren entre las fechas inicial y final en una operación financiera se le llama plazo o tiempo (NPER)

Los intereses que produce un Valor Actual  $P$  con una tasa de interés simple anual  $i$  durante  $n$  años está dado por  $I=P*i*n$  (1)

#### 1.4 Valor futuro y valor actual

VF = Valor Futuro: Es la suma del capital más los intereses, también se le denomina valor futuro o valor acumulado. (VF)

$$VF = \text{Valor Futuro}, VA = \text{Capital inicial}, i = \text{interés}, n = \text{tiempo}$$

Según la definición de monto se escribe:

$$VF = VA + I \quad (2)$$

Sustituyendo de (1) el valor del  $I = VA * i * n$

$$VF = VA + VA * i * n$$

Obteniendo factor común VA

$$VF = VA * (1 + i * n) \quad (3)$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 1

1. Se adquiere un automóvil con valor de \$ 18.000 que acuerda liquidar realizando un pago de inmediato por \$ 3.000 y un pago final 5 meses después. Acepta pagar el 16,06% de interés simple anual. ¿A cuánto ascenderá la cantidad a pagar por concepto de interés? Resuélvalo expresando la relación tasa y tiempo en forma anual. **Rta: \$ 1.003,75**

VA	\$ 15.000	
TASA	16,06%	Anual
TIEMPO	5	Meses
NPER	0,417	Años
INTERÉS	\$ 1.003,75	$I=VA * n * i$

2. Por un crédito de \$ 12.000 pactado al 12% de interés simple anual y a plazo de 15 meses. ¿Cuál será la cantidad a pagar por concepto de interés? **Rta: \$ 1.800**

VA	\$ 12.000	
TASA	12%	Anual
TIEMPO	15	Meses
NPER	1,25	Años
INTERÉS	\$ 1.800	$I=VA * n * i$

3. Al comprar en un bazar varios artículos, se pagaron \$ 45 por concepto de interés por un mes, que corresponden al 1,05 % de interés mensual. ¿A cuánto asciende la deuda? **Rta: \$ 4.285,71**

INTERÉS	\$ 45	
TASA	1,05%	Mensual
NPER	1	Mes
VA	\$ 4.285,71	$VA = I / ( n * i )$

4. De un crédito por \$ 4.200 a 2 años con el 15,75% de interés simple anual. ¿Qué cantidad debe pagar al vencerse la deuda? **Rta: \$ 5.523,00**

VA	\$ 4.200	
TASA	15,75%	Anual
NPER	2	Años
INTERÉS	1.323	$I = VA * n * i$
VF	\$ 5.523,00	$VF = VA + I$

5. Se obtiene un crédito por \$9.500 a 120 días con 14,36% de interés anual simple. ¿Qué cantidad debe pagar al vencerse su deuda? **Rta: \$ 9.954,73**

VA	\$ 9.500	
TASA	14,36%	anual
TIEMPO	120	Días
NPER	0,33	Años
INTERÉS	\$ 454,73	$I = VA * n * i$
VF	\$ 9.954,73	$VF = VA + I$

6. Un mes después de haber obtenido un préstamo, Matías debe pagar exactamente \$ 1.200. ¿Cuánto obtuvo de préstamo, si el pago que debe hacer incluye intereses de 17,05% anual? **Rta: \$ 1.183,19**

TASA	17,05%	Anual
TIEMPO	1	Mes
NPER	0,083	Años
VF	\$ 1.200	
VA	\$ 1.183,19	$VA = VF / (1 + n * i)$

7. ¿Cuánto debe pagar por concepto de intereses una persona que tiene una deuda por \$15.000 si la liquida 30 meses después y le cobran intereses a razón de 12,05% anual simple? **Rta: \$ 4.518,75**

VA	\$ 15.000	
TASA	12,05%	Anual
TIEMPO	30	Meses
NPER	2,5	Año
INTERÉS	\$ 4.518,75	$I = VA * n * i$

8. Un obrero recibe \$18.000 de indemnización y los deposita en un banco que abona el 6,25% simple anual. ¿Cuánto recibe cada mes por concepto de intereses? **Rta: \$ 93,75**

<b>VA</b>	\$ 18.000	
<b>TASA</b>	6,25%	Anual
<b>TIEMPO</b>	1	MES
<b>NPER</b>	0,083	Años
<b>INTERÉS</b>	\$ 93,75	$I = VA * n * i$

9. ¿Cuál sería el valor, luego de 18 meses, de un capital de 6.400 que reditúa a una tasa de interés anual simple de 15,78 %? **Rta: \$ 7.914,88**

<b>VA</b>	\$ 6.400	
<b>TASA</b>	15,78%	Anual
<b>TIEMPO</b>	18	Meses
<b>NPER</b>	1,5	Años
<b>INTERÉS</b>	\$ 1.514,88	$I = VA * n * i$
<b>VF</b>	\$ 7.914,88	$VF = VA + I$

10. ¿Cuánto debe invertirse ahora para disponer de \$ 11.260 en 45 semanas, si la inversión devenga el 8,45 % simple anual? **Rta: \$ 10.492,72**

<b>TASA</b>	8,45%	Anual
<b>TIEMPO</b>	45	Semanas
<b>NPER</b>	0,87	Años
<b>VF</b>	\$ 11.260	
<b>VA</b>	\$ 10.492,72	$VA = VF / ( 1 + n * i )$

11. Un empleado público deposita \$ 240 en una Institución Financiera que paga el 15% de interés simple anual. ¿Cuál es el pago anual que recibe por concepto de interés? **Rta: \$ 36**

VA	\$ 240	
TASA	15,0%	Anual
NPER	1	Años
INTERÉS	\$ 36	$I = VA * n * i$

12. Un comerciante deposita en un banco que paga el 12,45% de interés simple anual sobre los depósitos a plazo. ¿Cuál es el pago anual por interés sobre un depósito de \$125? **Rta: \$ 15,56**

TASA	12,45%	Anual
VA	\$ 125	
NPER	1	Año
INTERÉS	\$ 15,56	$I = VA * n * i$

13. Determine el monto que recibirá luego de 6 meses, un préstamo de \$820 pactado al 12,05% de interés simple anual. **Rta: \$ 869,41**

TASA	12,05%	
VA	\$ 820	
TIEMPO	6	Meses
NPER	0,5	Años
INTERÉS	\$ 49.405	$I = VA * n * i$
VF	\$ 869,41	$VF = VA + I$

14. Al comprar en un centro comercial varios artículos se pagaron \$ 75 por concepto de interés por un mes, que corresponden al 0,06% de interés mensual ¿A cuánto asciende la deuda? **Rta: \$ 125.000**

INTERÉS	\$ 75	
TASA	0,06%	Mensual
NPER	1	Mes
VA	\$ 125.000	$VA = I / ( n * i )$

15. Si Josué deposita hoy \$ 850 a plazo fijo con 1,2% de interés mensual, y no retira su depósito y reinvierte sus intereses cuanto tendrá en su cuenta 4 meses después si la tasa de interés no varía. **Rta: \$ 891,54**

VA	\$850	
TASA	1,20%	Mensual
NPER	1	Mes
INTERÉS	\$ 10,2	$I = VA * n * i$
VA1	\$ 860,20	$VA1 = VA + I$
TASA	1,20%	Mensual

NPER	1	Mes
INTERÉS	\$ 10,32	$I = VA * n * i$
VA2	\$870,52	$VA2 = VA1 + I$
TASA	1,20%	Mensual
NPER	1	Mes
INTERÉS	10,44	$I = VA * n * i$
VA3	\$880,97	$VA3 = VA2 + I$
TASA	1,20%	Mensual
NPER	1	Mes
INTERÉS	\$ 10,57	$I = P * n * i$
VA4	\$ 891,54	$VA4 = VA3 + I$

### 1.5 Tasa de interés y tiempo

La tasa de interés y el tiempo se deben expresar en las mismas unidades sean éstas años, semestres, cuatrimestres, trimestres, bimestres, meses, quincenal, diario. Es decir, el número de periodos debe estar expresado en concordancia con la tasa. Por ejemplo, si en un problema específico el tiempo se expresa en trimestres, la tasa de interés deberá usarse en forma trimestral. Recuerde que si en la tasa de interés no se especifica la unidad de tiempo, entonces se trata de una tasa de interés anual.

Convierta a una misma unidad de tiempo un interés expresado al 8% semestral en un tiempo de 4 meses. Solución:

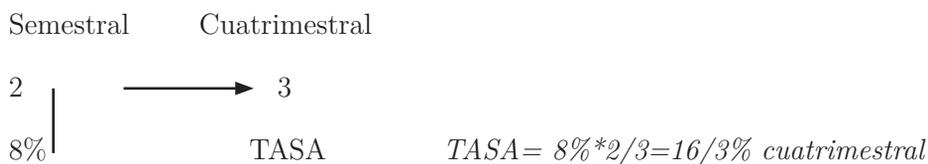
Datos	Años	Semestral	Cuatrimestral	Trimestral	Mensual	Quincenal	Diario
8% semestral	8%*2 anual	8%	8%*2/3	8%/2	8%/6	8%/12	8%/180
4 meses	4/12 meses	8/12	1	16/12	4	96/12	1440/12

Explicación de la tabla. - Partiremos del criterio que cuando se habla de porcentaje con el tiempo las variables son inversamente proporcionales, en cambio las variables tiempo son directamente proporcionales entre sí. Por ejemplo, si queremos pasar una tasa del 8% semestral a una cuatrimestral el procedimiento es el siguiente:

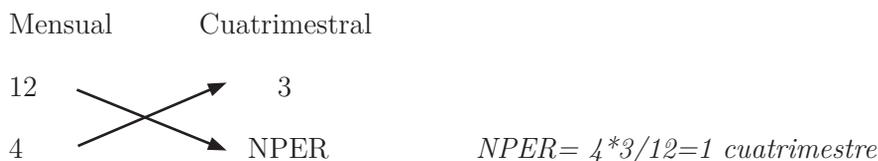


El número dos debajo de semestral es los números de semestres que tiene 1 año, en tanto que el número tres debajo de cuatrimestral, se refiere al número de cuatrimestres que tiene el año.

Si se quiere convertir 8% semestral a cuatrimestres se realiza una regla de tres inversa como indica el procedimiento



Pasar 4 meses a trimestres, de forma análoga pero esta vez con regla de tres directa



### Ejemplo

Se coloca un capital de 12.500 dólares al 3% trimestral durante 6 semestres, determine el interés producido y el monto. (expresar los semestres en quincenas)

**Datos:**

$$VA = \$12.500$$

$$NPER = 6 \text{ semestres equivalente en quincenas}$$

$$TASA = 3\% \text{ trimestral equivalente en quincenas}$$

**Procedimiento:** Antes de aplicar la fórmula  $I = VA * n * i$ , expresemos n e i en forma quincenal

Trimestral      Quincenal

$$4 \quad \longrightarrow \quad 24$$

$$3\%$$

TASA

$$TASA = 3\% * 4 / 24 = 0,5 \% \text{ Quincenal}$$

Semestral      Quincenal

$$2 \quad \longrightarrow \quad 24$$

$$6$$

NPER

$$NPER = 6 * 24 / 2 = 72 \text{ quincenas}$$

Tanto el tiempo como el interés está en la misma unidad de tiempo (Quincenas) aplicamos la fórmula para determinar el interés.

$$I = VA * n * i$$

$$I = 12.500 * 72 * 0,5\%$$

$$I = \$ 4.500$$

$$VF = VA + I = \$ 17.000$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 2

- Se coloca un capital de 12.500 dólares al 0,12% quincenal durante 5 meses, determine el interés producido y el monto. (Realizar el ejemplo colocando la tasa y el tiempo en forma semestral y realice una comprobación de forma anual). **Rta: I=\$ 150; VF=\$ 12.650**

VA	\$ 12.500							
n	5	meses	meses	Semestral				
n	0,833	semestral	12	2	NPER	n=	0,833	semestral
i	0,12%	quincenal	5	n				
i	1,44%	semestral	quincena	Semestral				
I	\$ 150		24	2	TASA			
VF	\$ 12.650		0,12%	i		i=	1,44%	semestral

- Se coloca un capital de 600 dólares al 5% trimestral durante 8 meses, determine el interés producido y el monto. (escoja la unidad de tiempo diario y compruebe la respuesta de forma mensual). **Rta: \$ 80; \$ 680**

VA	\$ 600							
n	8	meses	meses	DIARIO				
n	240	DIARIO	12	360	NPER	n=	240	DIARIO
i	5,00%	TRIMESTRAL	8	n				
i	0,055%	DIARIO	TRIMESTRAL	DIARIO				
I	\$ 80		4	360	TASA			
VF	\$ 680		5%	i		i=	0,055%	DIARIO

- Se coloca un capital de 1.290 dólares al 12% semestral durante 10 quincenas, determine el interés producido y el monto. (escoja la unidad de tiempo bimestral y compruebe la respuesta de forma trimestral). **Rta: \$ 129; \$ 1.419**

VA	\$ 1.290								
n	10	QUINCENAS	QUINCENAS	BIMESTRAL					
n	2,5	BIMESTRAL	24	6	NPER	n=	2,5	BIMESTRAL	
i	12,00%	SEMESTRAL	10	X					
i	4,00%	BIMESTRAL	SEMESTRES	BIMESTRAL					
I	\$ 129,00		2	6	TASA				
VF	\$ 1.419,00		12%	X		i=	4,0%	BIMESTRAL	

4. Se coloca un capital de 8.500 dólares al 3% trimestral durante 6 semestres, determine el interés producido y el monto. (escoja la unidad de tiempo quincenal y compruebe la respuesta de forma cuatrimestral). **Rta: I=\$ 3.060; VF=\$ 11.560**

VA	\$ 8.500								
n	6	SEMESTRES	SEMESTRES	QUINCENAS					
n	72	QUINCENAS	2	24	NPER	n=	72	QUINCENAS	
i	3,00%	TRIMESTRAL	6	X					
i	0,50%	QUINCENAS	TRIMESTRAL	QUINCENAS					
I	\$ 3.060,00		4	24	TASA				
VF	\$11.560,00		3%	X		i=	0,50%	QUINCENAS	

5. Se coloca un capital de 550 dólares al 2% cuatrimestral durante 180 días, determine el interés producido y el monto. (escoja la unidad de tiempo mensual y compruebe la respuesta de forma bimensual). **Rta: I=\$ 16,50; VF=\$ 566,50**

VA	\$ 550								
n	180	DIAS	DIAS	MENSUAL					
n	6	MENSUAL	360	12	NPER	n=	6	MENSUAL	
i	2,00%	CUATRIMESTRAL	180	X					
i	0,50%	MENSUAL	CUATRIMESTRES	MENSUAL					
I	\$ 16,50		3	12	TASA				
VF	\$ 566,50		2,0%	X		i=	0,50%	MENSUAL	

6. María José realiza un préstamo en el Banco por 1.200 dólares al 0,11% quincenal, durante 6 meses. ¿Cuánto dinero por concepto de interés tendrá que pagar al Banco? **Rta: \$ 15,84**

VA	\$ 1.200	
n	6	meses
n	12	quincenas
i	0,11%	quincenal
I	\$ 15,84	

MESES	QUINCENA
12	24
6	X

x =	12	QUINCENAS
-----	----	-----------

7. Jonathan Fernando dio en calidad de préstamo 550 dólares a su amigo Joaquín, quedando éste en pagarle lo recibido más interés, dentro de 8 quincenas, pactando un 8,3% semestral. ¿Cuánto dinero devolvió Joaquín a su amigo prestamista? **Rta: \$ 580,43**

VA	\$ 550	
n	8	QUINCENAS
n	0,67	SEMESTRES
i	8,30%	SEMESTRAL
I	\$ 30,43	
VF	\$ 580,43	

SEMESTRES	QUINCENA
2	24
X	8

x =	0,667	SEMESTRES
-----	-------	-----------

8. Sebastián decide comprar un automóvil cuyo precio de contado es de 12.000 dólares, en su cuenta de ahorros tiene reunido un total de 2.300 dólares que abonara el momento de la compra, para completar el resto del dinero piensa pedir a un interés del 2,15% bimestral que lo pagara en 6 semestres. Calcule, ¿cuánto tendrá que pagar por concepto de interés? **Rta: I=\$ 3.753,90**

VA	\$9.700	
n	6	SEMESTRES
n	18	BIMESTRAL
I	2,15%	BIMESTRAL
I	\$ 3.753,90	

SEMESTRES	BIMESTRAL
2	6
6	X

x =	18	BIMESTRAL
-----	----	-----------

9. María Gracia debe tomar una decisión importante para su empresa lo cual hará que pueda ahorrar algunos dólares, el banco A presta el dinero al 8,34% semestral y el banco B al 5,16% trimestral, si se requiere 3.500 dólares durante ocho y medio cuatrimestres, con que banco conviene realizar la transacción y cuánto dinero ahorro para su empresa Rta: El banco A pagaría por intereses: 1.654,10 dólares, por su parte, el Banco B pagaría por intereses 2.046,80 dólares, por tanto, le conviene invertir en el Banco A y su ahorro sería de \$ 392.7 dólares

Año	cuatrimestres
1	3
X	8,5

X=	2,8333	Años
----	--------	------

Año	cuatrimestres
1	2
X	8,34%

X=	16,68%	Años
----	--------	------

Año	cuatrimestres
1	4
X	5,16%

X=	20,64%	Años
----	--------	------

	banco A		banco B	
VA	\$ 3.500		\$ 3.500	
i	8,34%	semestral	5,16%	trimestral
NPER	8,5	cuatrimestres	8,5	cuatrimestres
i	16,68%	anual	20,64%	anual
NPER	2,8333	años	2,8333	años
I	\$ 1.654,1		\$ 2.046,8	
ahorro	\$ 392,7			

10. Una Institución educativa necesita remodelar su auditorio para lo cual decide buscar financiamiento en varios bancos. Los intereses que ofertan cada uno de los bancos son A: 8% cuatrimestral, B: 5,6% trimestral y C: 5,2% bimestral. Determine con que banco conviene realizar el negocio, si se pide para 2 años. Rta: El banco B, el cual presta a una tasa de 5,6% trimestral.

Año	cuatrimestres
2	6
X	8%

X=	24,00%	cuatrimestral
----	--------	---------------

Año	cuatrimestres
2	8
X	5,60%

X=	22,40%	trimestral
----	--------	------------

Año	cuatrimestres
2	12
X	5,20%

X=	31,20%	Bimestral
----	--------	-----------

	banco A		banco B		banco C	
VA	\$ 100		\$ 100		\$ 100	
i	8%	cuatrimestral	5,60%	trimestral	5,20%	bimestral
NPER	2	años	2	años	2	años
TASA	24,00%	anual	22,40%	anual	31,20%	anual
INTERÉS	\$ 48		\$ 44,8		\$ 62,4	

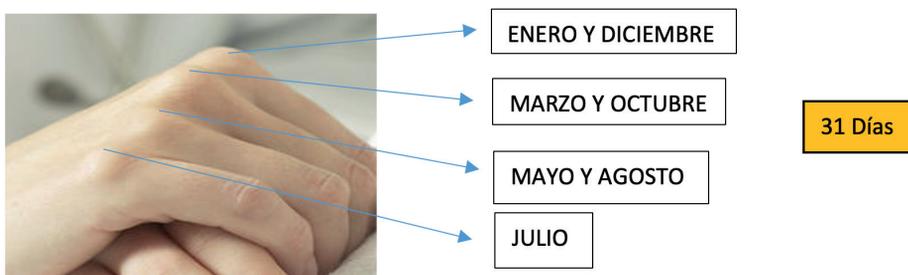
### 1.5.1 TIEMPO REAL Y TIEMPO APROXIMADO

Existen situaciones en las que el tiempo de una operación se especifica mediante fechas, en lugar de mencionar un número de días, meses o años. El tiempo se puede calcular de dos maneras:

Tiempo real: contando los días transcurridos (días naturales) 365 o 366 días si es bisiesto, es también llamado exacto.

Días inicial y terminal: para llevar las cuentas de los días, se recomienda excluir el primer día e incluir el último. Así para un préstamo contraído el 10 de enero y pagado el 25 del mismo mes, el tiempo comercial transcurrido es de 15 días.

La metodología de los nudos de la mano, es buena para recordar los días que tiene cada mes, como se especifica en la imagen.



Los meses que no se mencionan, son aquellos que se encuentran entre los nudos, se consideran que tiene 30 días, a excepción de febrero que tiene 28 y 29 días cuando es bisiesto. Un año es bisiesto si cumple los siguientes criterios:

- a) Es divisible entre 4.
- b) Si termina en 00, es divisible entre 400 (2000 y 2400 sí son bisiestos. 2100, 2200 y 2300 no lo son).

El tiempo real, puede ser calculado en Excel de la siguiente manera: se escoge una celda cualquiera, y luego se coloca la fecha donde termina nuestro compromiso con la deuda o contrato; en la celda inferior se introduce la fecha donde comenzó a originarse el endeudamiento o préstamo del dinero, en otra celda se procede a realizar la resta, y con la opción de formato de celda se señala número, se visualizará el número de días exacto desde la fecha inicial hasta la final. Ejemplo: ¿Cuántos días han pasado desde el 12 de marzo del 2018 hasta el 25 de agosto del mismo año?

La respuesta aparecerá por defecto 14/jun, pero al accionar la tecla formato de celda seguido de número, obtendremos el resultado requerido del número de días exacto.

25-ago	25-ago
12-mar	12-mar
14-jun	166,00 días

Tiempo aproximado:

Se considera un año teórico de 360 días, con 12 meses de 30 días cada uno. Este tiempo es el utilizado generalmente por los bancos (año comercial).

Ejemplo:

¿Cuántos días han pasado desde el 12 de marzo del 2018 hasta el 25 de agosto del mismo año?

$$\begin{array}{r}
 25\ 08\ 2018 \\
 -\ 12\ 03\ 2018 \\
 \hline
 13\ 05\ 0
 \end{array}$$

La respuesta señala 13 días y 5 meses, lo que quiere decir en días  $13 + 5 * 30 = 163$  días

### GESTIÓN DE APRENDIZAJE 3

Determine el tiempo real y aproximado de las siguientes fechas:

1. ¿Cuántos días transcurren desde el 15 de marzo hasta el 18 de diciembre?

**Rta: 278 real y 273 aproximado**

REAL		APROXIMADO	
		DIAS	MESES
18-dic		18	12
15-mar		15	3
278,00	DÍAS	3	9
		$3*1 = 3$	$9*30 = 270$
			$3+270=273$
			273
			DÍAS

2. ¿Cuántos días transcurren desde el 11 de noviembre del 2014 hasta el 20 de febrero del 2016? **Rta: 466 real y 459 aproximado**

REAL		APROXIMADO		
20-feb		DIAS	MESES	AÑOS
11-nov			14	2015
466,00	DÍAS	20	2	2016
		11	11	2014
		9	3	1
		$9*1$	3	1
				459
				DÍAS

Para obtener el tiempo aproximado se sustituyó 1 año por 12 meses, por lo que se reemplazó 2016 por 2015, y los 2 meses se sumó 12 meses igual a 14 meses, luego se procedió a realizar la resta aritmética. Los cocientes se convirtieron en días multiplicando los meses por 30 y los años por 360.

3. ¿Cuántos días transcurren desde el 17 de abril hasta el 25 de julio? **Rta: 99 real y 98 aproximado**



REAL		APROXIMADO			
		36	11		
6-dic		6	12	2017	
20-nov		20	11	2016	
381,00	DÍAS	16	0	1	
				376	DÍAS

7. Hallar el tiempo real y aproximado de la duración de un ciclo académico en la Universidad Católica de Cuenca, si la fecha de inicio es el 12 de marzo del 2018 y el último día de clase será el 13 de julio del 2018 **Rta: aprox: 121 días. Real: 123 días**

REAL		APROXIMADO			
		43	6		
13-jul		13	7	2018	
12-mar		12	3	2018	
123,00	DÍAS	31	3	0	
				121	DÍAS

8. Determine el interés con el tiempo real y aproximado de una deuda de 2350 dólares prestados el 25 de abril al 4% bimestral y devuelto el 23 de diciembre del mismo año. **Rta: \$ 379,13 con tiempo real, \$ 372,87 con tiempo aproximado**

REAL		APROXIMADO			
		53	11		
23-dic		23	12	2018	
25-abr		25	4	2018	
242,00	DÍAS	28	7	0	
				238	DÍAS

VA	\$2 350		VA	\$ 2 350		años	bimestral
n real	242,00	días	n aprox	238,00	días	1	6
i	4%	bimestral	i	4%	bimestral	x	4%
n real	0,67	años	n aprox	0,66	años		
tasa	0,24	anual	tasa	0,24	anual		
I real	\$ 379,13		I aprox	\$ 372,87			

9. Determine el interés con el tiempo real y aproximado de una deuda de 850 dólares prestados el 02 de agosto de 2017 al 6,5% cuatrimestral y devuelto el 18 de abril del 2018. **Rta: \$ 119.25 con tiempo real, \$ 117.87 con tiempo aproximado**

		APROXIMADO		
REAL			16	2017
18-abr		18	4	2018
2-ago		2	8	2017
259,00	DÍAS	16	8	0
				256
				DÍAS

VA	\$850		VA	\$850		años	bimestral
n real	259,00	días	n aprox	256,00	días	1	3
i	6,50%	cuatrimestral	i	6.50%	cuatrimestral	x	6,50%
n real	0,7194	años	n aprox	0,7111	años		
TASA	0,195	anual	TASA	0,195	anual		
I real	\$ 119,25		I aprox	\$ 117,87			

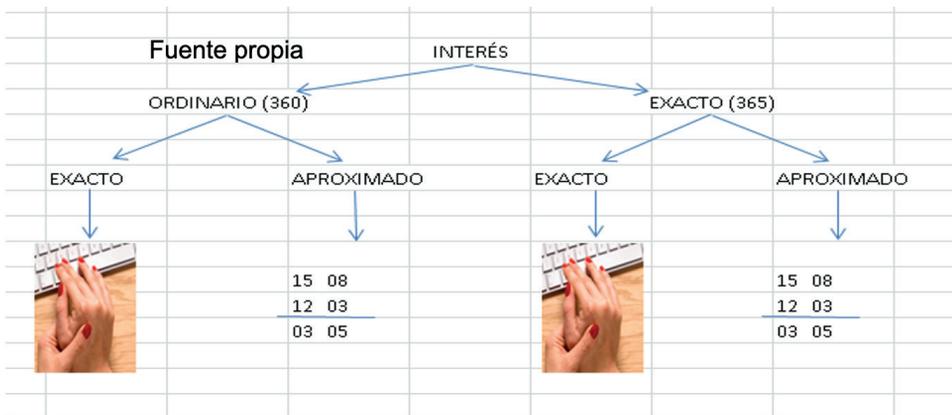
### 1.6 Interés comercial (ordinario) y real (exacto)

Un año comercial tiene 360 días. La razón para dicho ajuste en la duración del año civil está en la simplificación de muchos cálculos, principalmente en el área financiera. Se toma un año como la suma de doce meses, simplificando la duración de esos meses y haciéndolos todos iguales a 30 días. Con ello, todos los meses duran igual y suponen un total de 360 días al año.

Mientras que, un año civil es un transcurso de tiempo de 365 días 5 horas y 48 minutos que rige la vida civil, social y religiosa de la mayoría de los países del mundo. En el caso de febrero, existe una situación muy particular, y es que este mes, es el único que cuenta con 28 o 29 días; cuando febrero tiene 29 días, es porque se está en un año bisiesto, y por ende el año ya no es de 365, sino de 366 días, esto ocurre por la necesidad de enmendar la diferencia que existe entre el año calendario y el año trópico.

En la práctica, el interés ordinario llamado también aproximado es el que más utilidad tiene, tanto en lo comercial como en lo financiero. De hecho, el interés exacto llamado también matemático tiene una mayor utilización en operaciones de comercio internacionales, así como pago de deuda entre países.

El interés se llama ordinario o comercial cuando se usa para su cálculo 360 días al año, mientras que será exacto o real si se emplean 365 o 366 días. En realidad, se puede afirmar que existen cuatro clases de interés simple, dependiendo si para el cálculo se usen 30 días al mes, o los días que señale el calendario. Con el siguiente ejemplo, se da claridad a lo expuesto.



## Ejemplo

Una persona recibe un préstamo por la suma de \$ 350 para el mes de marzo, se cobra una tasa de interés de 16 % anual simple. Calcular el interés (I), para cada una de las clases de interés simple. Solución:

- a) **Interés ordinario con tiempo exacto.** Conocido también como interés bancario, el tiempo expresado en días representan el tiempo exacto, éste se divide entre 360 días, dando como resultado el interés ordinario con tiempo exacto.

$$I = VA * i * n = \$ 350 * 0,16 * \frac{31}{360} = \$ 4,82$$

- b) **Interés ordinario con tiempo aproximado.** Conocido también como interés comercial, el tiempo expresado en días representan el tiempo aproximado (30 días), éste se divide entre 360 días.

$$I = VA * i * n = \$ 350 * 0,16 * \frac{30}{360} = \$ 4,67$$

Como se puede observar el interés bancario es más beneficioso, para quien presta el dinero

- c) **Interés exacto con tiempo exacto.** Conocido como interés exacto o real, el tiempo expresado en días representan el tiempo exacto del mes correspondiente, éste se divide entre 365 o 366 días (bisiesto); el interés exacto da resultados exactos, y se aplica cuando los valores prestados son grandes y el interés debe ser analizado para el beneficio de la parte acreedora.

$$I = VA * i * n = \$ 350 * 0,16 * \frac{31}{365} = \$ 4,75$$

- d) **Interés exacto con tiempo aproximado.** Para el cálculo del interés se necesita conocer el número de días exactos del año tratado y el tiempo de 30 días al mes, dentro de todos los intereses estudiado este es el más bajo de todos, por tal razón el menos utilizado en el entorno financiero.

Para el cálculo de éste interés se usa 365 o 366 días al año y 30 días al mes. No se le conoce nombre, existe teóricamente, no tiene utilización y es el más económico de todos.

$$I = VA * i * n = \$ 350 * 0,16 * \frac{30}{365} = \$ 4,60$$

**Ejemplo:** Calcular el interés comercial y real de un préstamo por \$ 400 al 15% por 120 días (no es año bisiesto)

$$\text{Interés comercial: } I_C = \$ 400 * 0,15 * \frac{120}{360} = \$20$$

$$\text{Interés real: } I_r = \$ 400 * 0,15 * \frac{120}{365} = \$19,73$$

Las palabras claves para determinar el interés están acompañadas por exacto o aproximado, ahí es donde se tiene que poner énfasis, si se pudiera resumir como una fracción se diría que en el numerador debería ir con tiempo exacto (28, 29, 30 y 31 días calendario), tiempo aproximado (30 días); en el denominador con interés exacto (365 ó 366 bisiesto), interés aproximado (360 días). Recuerde además que la tasa debe estar en la misma unidad de tiempo.

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 4

1. Encuentre el interés simple: a) real y b) aproximado u ordinario de un préstamo de \$1.500 a 60 días, con 15% de interés simple. **Rta: a) \$ 36,99 b) \$ 37,50**

REAL	APROXIMADO
60 días	60 días
0,164	0,167

VA	\$ 1.500
n real	0,164
TASA	15%
I	\$ 36,99

VA	\$ 1.500
n aprox	0,167
TASA	15%
I	\$ 37,50

2. Encuentre el interés simple: a) real con tiempo exacto y b) aproximado con tiempo exacto de un préstamo de \$ 3.500 que vence el 12 de enero de 2021, si se considera un interés de 12% anual simple y hoy es 24 de agosto del mismo año. **Rta: a) \$ 257,75 b) \$ 255,45**

REAL	APROXIMADO
24-ago	
12-ene	
224,00	222,00
0,164	0,608

VA	\$ 3.500
n exacto	0,164
TASA	12%
I	\$ 257,75

VA	\$ 3.500
n exacto	0,608
TASA	12%
I	\$ 255,45

día	mes	año
24	8	2021
12	1	2021
12	7	0
1	30	360
1*12	7*30	0*360

Total en días:  $1*12+7*30+0*360=222$  días

3. Hallar el interés real y el comercial de \$ 1.300 en el mes de junio, al 15,8%  
**Rta: \$ 16,88 y \$ 17,12**

REAL	APROXIMADO
30,00	
0,082	

VA	\$ 1.300
n real	0,082
TASA	15,8%
I	\$16,88

VA	\$ 1.300
n aprox	0,083
TASA	15,8%
I	\$17,12

4. ¿Qué interés trimestral produce una deuda por \$ 6.000 contraída al 14% simple anual? **Rta: \$ 210**

VA	\$ 6.000	
TASA	14%	anual
TASA	0,035	trimestral
NPER	1	trimestre
I	\$ 210,0	

años	trimestres
1	4
14%	X
X=	0,035

trimestral

5. ¿Que intereses reportan en 8 meses una inversión de \$ 1.250 efectuada al 7% simple trimestral? **Rta: 233,33**

VA	\$ 1.250	
TASA	7%	trimestral
TIEMPO	8	meses
NPER	2,667	trimestral
INTERÉS	\$ 233,33	

meses	trimestres
12	4
8	X
X=	2,667

trimestral

6. Si se adquiere una deuda de 7.100 al 8% cuatrimestral ¿Cuánto se pagaría de interés al cabo de 1 año y 7 meses? **Rta: \$ 2.698**

VA	\$ 7.100	
TASA	8%	trimestral
TIEMPO	19	meses
NPER	4,75	trimestral
INTERÉS	\$ 2.698	

meses	cuatrimestral
12	3
19	X
X=	4,750

cuatrimestral

7. ¿Qué interés genera un préstamo de \$ 11.000 al 21% trimestral al cabo de 2,5 años? **Rta: \$ 23.100**

<b>VA</b>	\$ 11.000		<b>meses</b>	<b>trimestres</b>	
<b>TASA</b>	21%	trimestral	12	4	
<b>TIEMPO</b>	30	meses	30	X	
<b>NPER</b>	10	trimestral	X=	10	trimestres
<b>INTERÉS</b>	\$ 23.100				

8. Determine el interés ordinario exacto de un capital de \$ 230 obtenido el 23 de enero del 2018 y pagado el 16 marzo del mismo año cuyo interés es del 12% semestral. **Rta: \$7,97**

<b>FF</b>	16-mar		<b>VA</b>	\$ 230		<b>años</b>	<b>semestres</b>	
<b>FI</b>	23-ene		<b>i</b>	12%	semestral	1	2	
<b>n</b>	52,00	días exactos	<b>n</b>	0,144	años ord	X	12%	
<b>n</b>	0,144	años ord	<b>n</b>	24%	anual	TASA=	0,24	anual
			<b>I</b>	\$ 7,97				

9. Determine el monto y los intereses considerando un interés ordinario aproximado de un capital de \$ 640 obtenido el 2 de enero del 2018 y pagado el 16 mayo del mismo año cuyo interés es del 0,34% quincenal. **Rta: \$ 19,44; \$ 659,44**

<b>día</b>	<b>mes</b>		<b>VA</b>	\$ 640		<b>años</b>	<b>quincena</b>	
16	5	Mayo	<b>i</b>	0,34%	quincenal	1	24	
2	1	Enero	<b>n</b>	0,372	años ord	i	0,34%	
14	4		<b>TASA</b>	8,16%	anual	TASA=	8,16%	años
n	134	días exactos	<b>I</b>	\$ 19,44				
n	0,372	años ord	<b>VF</b>	\$ 659,44				

10. Determine el interés exacto con tiempo exacto de un capital de \$ 1.350 obtenido el 8 de marzo del 2018 y pagado el 03 agosto del mismo año cuyo interés es del 7% cuatrimestral. **Rta: \$ 114,95**

FF	3-ago		VA	\$ 1.350		años	cuatrimestres	
FI	8-mar		i	7%	cuatrimestral	1	3	
n	148,00	días exactos	n	0,40547945	años exactos	X	7%	
n	0,405	años exactos	TASA	21%	anual	TASA=	21%	anual
			I	\$ 114,95				

11. Determine el monto con interés exacto con tiempo aproximado de un capital de \$ 500 obtenido el 7 de febrero del 2018 y pagado el 1 julio del mismo año cuyo interés es del 0,02% diario. **Rta: \$ 14,20; \$ 514,20**

31	6		VA	\$ 500		años	diario	
±	7	Mayo	i	0,02%	diario	1	360	
7	2	Enero	n	0,39	años exac	X	0,02%	
24	4		TASA	7,2%	anual	TASA=	7,2%	anual
n	144	días exactos	I	\$ 14,20				
n	0,39	años exac	M	\$ 514,20				

### 1.7 DETERMINACIÓN DEL TIEMPO E INTERÉS

Despejando de la fórmula del monto se puede determinar el tiempo y el interés, recuerde que el tiempo y el interés deben estar expresados en la misma unidad de tiempo, o sea, si la incógnita es tiempo, y, el interés está en trimestres, la respuesta vendrá dada en trimestres y viceversa.

$$I = VA * n * i$$

Despejando se tiene:

$$i = \frac{I}{VA * n} ; n = \frac{I}{VA * i}$$

En cambio, utilizando como fórmula de partida

$$VF = VA + VA * n * i$$

$$VF = VA(1 + n * i)$$

Despejando la tasa y el tiempo se tiene:

$$i = \frac{VF - VA}{VA * n} ; n = \frac{VF - VA}{VA * i}$$

Reordenando se tiene

$$i = \frac{VF - VA}{VA * n} \quad (4); \quad n = \frac{VF - VA}{VA * i} \quad (5)$$

Ejemplos:

Una persona adquiere un aparato electrónico que cuesta \$670 el 23 de junio y lo paga el 02 de diciembre y termina pagando con interés 756 dólares ¿Qué tasa de interés simple anual exacto pagó? **Rta: 28,52%**

Datos:

VA = \$ 670

VF = \$ 756

Fecha inicial: 23 de junio

Fecha final: 02 diciembre

Número de días transcurridos:

Junio: 30-23 = 7

Julio: 31

Agosto: 31

Septiembre: 30

Octubre: 31

Noviembre: 30

Diciembre: 02

NPER = 162 días

$$i = (VF - VA) / (VA * n)$$

Sustituyendo datos se tiene:

$$i = (756 - 670) / (670 * 162)$$

$$i = 0,079\% \text{ diario}$$

$$i = 0,079\% * 360 = 28,52\% \text{ anual}$$

$$i = 28,52\% \text{ anual}$$

Una institución financiera reconoce una tasa del 1,82% bimestral simple. Si hoy deposito \$ 400, ¿cuánto tiempo debo esperar para retirar \$ 501,92? **Rta: 14 bimestres**

Datos:

VA =\$ 400

VF=\$ 501,92

Tasa (i) = 1,82% bimestral

$$n = \frac{VF-VA}{VA*i}$$

Sustituyendo datos:

$$n = \frac{501,92-400}{400*1,82\%} = 14 \text{ bimestres}$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 5

1. Una persona deposita \$ 20.000 en un banco y lo retira 8 meses después, recibiendo \$ 420 de interés. ¿Cuál es la tasa de rendimiento que le dieron?  
**Rta: 0,26% mensual.**

<b>VA</b>	\$ 20.000	
<b>NPER</b>	8	meses
<b>INTERÉS</b>	\$ 420	
<b>TASA</b>	0,26%	mensual

2. Una compañía tiene invertidos \$ 30.000 durante un año y medio a interés simple y obtiene en total \$ 8.000 de intereses, ¿cuál es la tasa de interés?  
**Rta: 17,78% anual.**

<b>VA</b>	\$ 30.000	
<b>NPER</b>	1,5	años
<b>INTERÉS</b>	\$ 8.000	
<b>TASA</b>	17,78%	anual

3. Una empresa de calzado, invirtió \$ 43.000 al 6,5 % en un depósito a plazos y obtuvo por intereses \$1.350 ¿Durante cuánto tiempo estuvo invertido el dinero? **Rta: Aproximadamente 5 meses y 24 días.**

<b>VA</b>	\$ 43.000	
<b>TASA</b>	6,50%	Anual
<b>INTERÉS</b>	\$ 1.350	
<b>NPER</b>	0,483	Años
<b>TIEMPO</b>	0,483*12=5,80	Meses
	0,80*30=24	días

4. Se obtiene un crédito por \$ 70.000 y se pagaron \$ 6.537 de interés. Si la hipotecaria cobra el 12,45 % de interés simple anual. ¿Dicha cantidad a cuántos meses corresponden? **Rta: 9 meses.**

VA	\$ 70.000	
TASA	12,45%	
INTERÉS	\$ 6.537	
NPER	0,75	años
TIEMPO	0,75*12	
	9	meses

5. María de Lourdes desea adquirir un inmueble dentro de 3 años. Supone que el valor que deberá tener en esa fecha será de \$5.000. ¿Qué suma debe invertir hoy si la tasa rinde 0,35% de interés mensual simple? **Rta: \$ 4.440,5**

VF	\$ 5.000		año	meses	
NPER	3	años	1	12	
TASA	0,35%	mensual	i	0,35%	
TASA	4.2%	anual	tasa=	0,042	Anual
VA	\$ 4.440,50				

6. Si una persona deposita hoy \$ 300 a plazo fijo con 1,05% de interés mensual, y no retira su depósito y reinvierte sus intereses. ¿Cuánto tendrá en su cuenta 3 meses después si la tasa de interés no varía? **Rta: \$309.55**

VA	\$ 300		VA	\$ 303,15		VA	\$ 306,33	
TASA	1,05%	mensual	TASA	1,05%	mensual	TASA	1,05%	mensual
NPER	1	mes	NPER	1	mes	NPER	1	mes
INTERÉS	3,15		INTERÉS	3,18		INTERÉS	3,22	
VF1	\$ 303,15		VF2	\$ 306,33		VF3	\$ 309,55	

7. Una persona adquiere una licuadora que cuesta \$ 320 el 14 de agosto y la paga el 26 de noviembre con un abono de \$ 350. ¿Qué tasa de interés simple anual exacto pagó? **Rta: 32,90%**

<b>VF</b>	\$ 350	
<b>VA</b>	\$ 320	
	26-nov	
	14-ago	
	104,00	días exactos
<b>NPER</b>	0,285	años
<b>TASA</b>	32,90%	Anual

8. Tito Fernando obtiene un préstamo por \$ 2.000 y paga después de 8 meses \$ 2.200. ¿Qué tasa de interés mensual simple le cobraron? **Rta: 1,25%**

<b>VA</b>	\$ 2.000	
<b>NPER</b>	8	meses
<b>VF</b>	\$ 2.200	
<b>TASA</b>	1,25%	mensual

9. Una señora reembolsa \$ 204.734 por un pagaré de \$ 185 firmado el 10 de mayo con 30% de interés simple anual. ¿Cuándo lo pagó? **Rta: El 15 de septiembre.**

<b>VF</b>	\$ 204,734	
<b>VA</b>	\$ 185	
<b>TASA</b>	30%	anual
<b>NPER</b>	0,356	años
<b>TIEMPO</b>	128,00	días

mayo	21
junio	30
julio	31
agosto	31
septiembre	15
	128

10. ¿Cuál es la tasa de interés simple mensual equivalente a una tasa del 48% anual? **Rta: 4% mensual.**

48%	anual
4%	mensual

años	mensual	
1	12	
48%	X	
TASA=	0,04	Mensual

11. ¿Cuál es el tipo de interés mensual simple equivalente a una tasa del 18% semestral? **Rta: 3% mensual.**

18%	semestral	semestral	mensual	
3%	mensual	2	12	
		18%	X	
		TASA=	0,03	mensual

12. ¿En cuánto tiempo se duplica un capital invertido al 25% de interés anual simple. **Rta: 4 años.**

<b>VF</b>	2X	
<b>VA</b>	1X	
<b>TASA</b>	25%	anual
<b>NPER</b>	4	años

13. Una persona le prestó \$ 400 a un amigo, y 4 meses después le cobró \$ 410. ¿Qué tasa anual de interés pagó el amigo? **Rta: 7,5% interés anual.**

<b>VF</b>	\$ 410	
<b>VA</b>	\$ 400	
<b>TIEMPO</b>	4	meses
<b>NPER</b>	0,33	anual
<b>TASA</b>	7,5%	anual

14. ¿En cuánto tiempo se tendrían \$ 540.000 si se depositaran hoy \$ 300.000 en un fondo que paga el 3,2% simple mensual? **Rta: 25 meses.**

<b>VF</b>	540.000	
<b>VA</b>	300.000	
<b>TASA</b>	3,20%	mensual
<b>NPER</b>	25	meses

15. ¿Cuál es la fecha de vencimiento de un pagaré firmado el 15 de junio a un plazo de 180 días? **Rta: Tiempo ordinario, 15 de diciembre. Tiempo exacto, 12 de diciembre.**

15-jun	15-jul	15-ago	15-sep	15-oct	15-nov	15-dic	
	30 dias	180 dias					

junio	15	
julio	31	
agosto	31	
septiembre	30	
octubre	31	
noviembre	30	
diciembre	12	diciembre
	180	días

16. Un inversionista adquirió 1.000 acciones a \$ 3.200 cada una, a los 8 meses recibió \$ 896.000 de dividendos. ¿Cuál es la rentabilidad mensual y anual de la inversión? **Rta: 3,5% mensual, 42% anual.**

	\$ 1.000	acciones
	\$ 3.200	c/u
<b>VA</b>	\$ 3.200.000	
<b>NPER</b>	8	meses
<b>INTERÉS</b>	\$ 896.000	
<b>TASA</b>	3,50%	MENSUAL
<b>TASA</b>	42,00%	ANUAL

años	meses
1	12
X	3,50%
TASA=	0,42

ANUAL

17. ¿En cuánto tiempo una inversión de \$ 2.000 produce intereses de \$ 700, si el capital se invirtió al 2,5% mensual? **Rta: 14 meses.**

<b>VA</b>	\$ 2.000	
<b>INTERÉS</b>	\$ 700	
<b>TASA</b>	2,50%	mensual
<b>NPER</b>	14	meses

18. Una caja de ahorros reconoce una tasa del 5% trimestral simple. Si hoy deposito \$ 250.000, ¿cuánto tiempo debo esperar para retirar \$ 325.000? **Rta: 6 trimestres.**

<b>VA</b>	\$ 250.000	
<b>VF</b>	\$ 325.000	
<b>TASA</b>	5%	trimestral
<b>NPER</b>	6	trimestres

### 1.8 Ecuaciones de valor equivalentes:

Las ecuaciones de valores equivalentes, son una de las técnicas más útiles de la matemática financiera, debido a que permite plantear y resolver diversos tipos de problemas financieros, mediante los desplazamientos simbólicos de los capitales a través del tiempo.

Es usual que deudores y acreedores hagan un convenio para refinanciar sus deudas, es decir, para remplazar un conjunto de obligaciones que previamente

contrajeron, por otro nuevo conjunto de obligaciones que sea equivalente, pero con otras cantidades y fechas de vencimiento.

En general, estos conjuntos vienen relacionados a un flujo de deudas y el otro al de los pagos, o bien, uno se refiere a los depósitos y el otro, a los retiros producidos en una cuenta bancaria, así como también, se presentan casos de transacciones, en las que un deudor desea reemplazar, un conjunto de pagos que debe efectuar a un determinado acreedor, por otro conjunto que sea equivalente, caso explicado anteriormente.

La solución de este tipo de problemas se plantea en términos de una ecuación de valor, que es una igualdad de cantidades ubicados en una sola fecha denominada fecha focal; planteada en términos algebraicos.

### 1.7.1 Fecha focal

En problemas relacionados con las ecuaciones equivalentes, que se refieren a refinanciamientos de deuda existe una fecha importante llamada fecha focal que es donde se igualan las deudas y los pagos.

Para su procedimiento se debe tomar en cuenta deudas o pagos ubicadas antes de la fecha focal, éstas deben ser llevadas por la línea del tiempo a través de la fórmula:

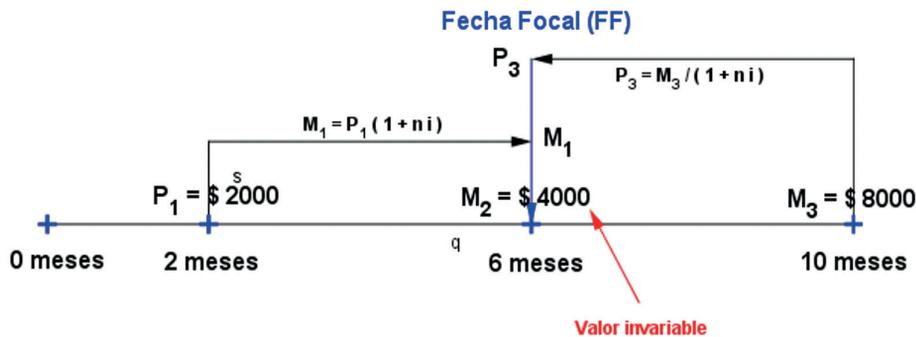
$VF = VA \cdot (1 + i \cdot n)$ ; donde  $n$  representa la distancia entre la deuda o pago hasta la fecha focal.

Las deudas o pagos ubicadas después de la fecha focal, son llevadas por la línea del tiempo a través de la fórmula:  $VA = VF / (1 + i \cdot n)$ ; donde  $n$  representa la distancia entre la deuda o pago hasta la fecha focal.

Las deudas o pagos ubicadas en la fecha focal, se mantienen constantes pues  $n=0$  y colocadas en cualquier fórmula los valores actuales o futuro no cambian de valor.

### Ejemplo

La empresa de sombreros cuencanos debe cumplir con las obligaciones contraídas, los mismos que deben pagarse dentro de 2 meses \$ 2.000 dentro de 6 meses \$ 4.000 y dentro de 10 meses \$ 8.000. El gerente desea liquidar toda la deuda dentro de 6 meses ¿Cuánto debe pagar dentro de 6 meses para saldar la deuda a una tasa de interés del 15%?



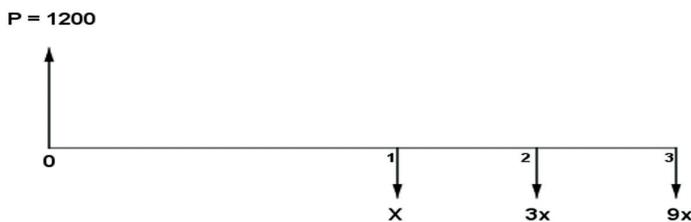
### 1.7.2 Diagramas de flujo de caja

Se la representa como un segmento de recta horizontal, conocida como trazo de tiempo, puede estar en días, meses, bimestres etc. Da prioridad a la tasa, recomendando poner en la misma unidad de tiempo. Las unidades de tiempo consideradas en el segmento de recta representan tiempos anticipados y vencidos es decir si tomamos dos tiempos entre el cero y el uno, el cero indica el hoy (VA) y el uno el final del primer periodo de tiempo (VF).

A parte de los números en el segmento de recta, se pueden colocar en la parte superior las deudas o pagos denotas con flechas que representen por la dirección entradas y salidas de dinero, en la parte inferior pueden colocarse deudas y pagos, teniendo presente que si se colocó las deudas en la parte superior deberán colocarse los pagos en la parte inferior y viceversa. El sentido de las flechas será interpretado de la siguiente manera: Flecha hacia el norte (deudas), flecha hacia el sur (pagos), la gráfica del ejemplo que se coloca a continuación muestra de una manera clara un flujo de caja.

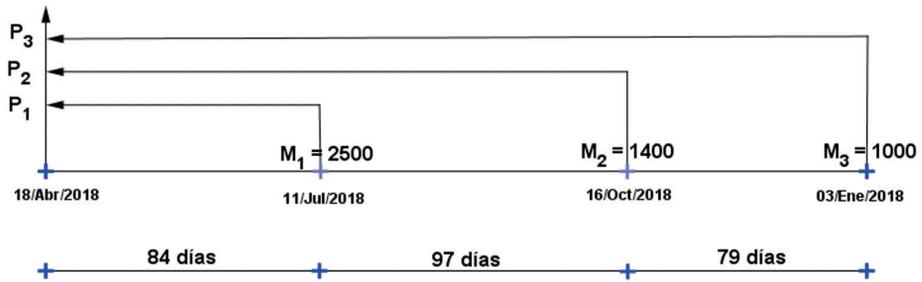
#### Ejemplo

Una persona hizo un préstamo de \$1.200 en una institución financiera que cobra el 17% efectivo anual, si la persona planifica cancelar la deuda mediante tres pagos trimestrales, de tal forma que cada pago sea el triple del anterior. ¿Cuál será el diagrama de fluido de caja?



### Ejemplo

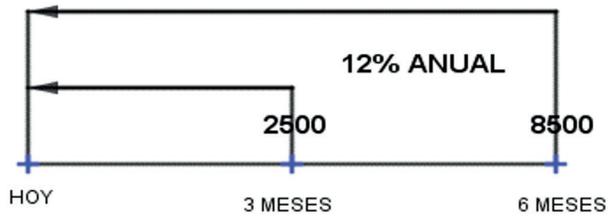
¿Cuánto deberá invertirse al 16,14% simple anual el 18 de abril, para disponer de \$2,500 el 11 de julio, de \$1.400 el 16 de octubre, y de \$1.000 el 03 de enero del próximo año? Realice un diagrama del flujo de caja.



Nota:  $M=VF$ ;  $P=VA$ ; TASA= $i$ ; NPER= $n$   
 ó  
 TIEMPO

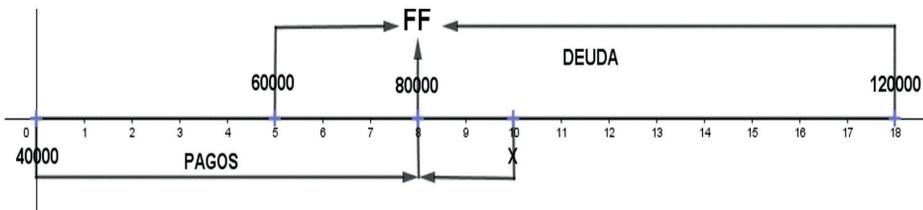
## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 6

1. Gloria Paola debe pagar \$ 2.500 en 3 meses, y \$ 8.500 en 6 meses. ¿Qué cantidad deberá pagar hoy para saldar sus deudas si se considera una tasa de 12% simple? **Rta: \$ 10.446,05**



<b>VF1</b>	\$ 2.500		<b>VF2</b>	\$ 8.500	
<b>TIEMPO</b>	3	meses	<b>TIEMPO</b>	6	meses
<b>NPER</b>	0,25	anual	<b>NPER</b>	0,5	anual
<b>TASA</b>	12%	anual	<b>TASA</b>	12%	anual
<b>VA1</b>	\$ 2.427,18		<b>VA2</b>	\$ 8.018,87	
debe pagar hoy \$ 10.446,05					

2. Vicente Fernando debe cancelar tres pagarés así: \$ 60.000 dentro de 5 meses, \$ 80.000 dentro de 8 meses y \$ 120.000 dentro de 18 meses. Si pacta pagar hoy \$ 40.000 y el resto en el mes 10. Determinar el valor del pago, para que las deudas queden saldadas. Tenga en cuenta una tasa de interés del 25% y la fecha focal en el mes 8. **Rta: 204.576,748**



DEUDAS						
VA1	\$ 60.000	VF1	\$ 120.000		FF	\$ 80.000
TIEMPO	3	TIEMPO	10	meses		
NPER	0,25	NPER	0,833	anual		
TASA	25%	TASA	25%	anual		
INTERÉS	\$ 3.750	VA	\$ 99.310,34			
VF	\$ 63.750				DEUDAS	\$ 243.060,34

PAGOS						
VA1	\$ 40.000	VF1	1	x		
TIEMPO	8	TIEMPO	2	meses		
NPER	0,67	NPER	0,167	anual		
TASA	25%	TASA	25%	anual		
INTERÉS	\$ 6.666,67	VA	0,96	x	PAGOS	$0,96x + 46.666,67$
VF	\$ 46.666,67					

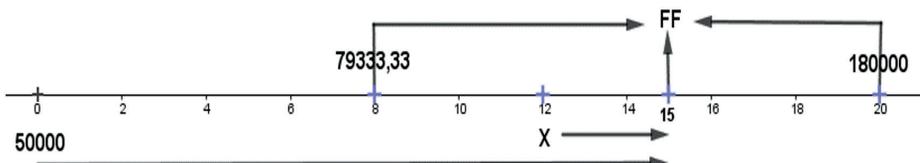
Deudas = Pagos

X=	\$ 204.576,75
----	---------------

3. Se tienen dos deudas determinadas así: \$ 70.000 con vencimiento en 8 meses e intereses del 20%, y \$ 120.000 con vencimiento en 20 meses e intereses del 30%. Si se van a cancelar con un pago de \$ 50.000 hoy y \$X en el mes 12. Determinar el valor del pago, si la tasa de interés para éste caso es del 28%. Colocar la fecha focal en el mes 15. **Rta: \$173.817,89**

VA1	\$ 70.000	
TIEMPO	8	meses
NPER	0,667	años
TASA	20%	anual
VF1	\$ 79.333,33	

VA2	\$ 120.000	
TIEMPO	20	meses
NPER	1,667	años
TASA	30%	anual
VF2	\$ 180.000,00	



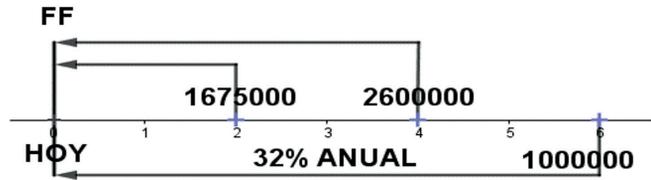
DEUDAS							
VA	\$ 79.333,33		VF	\$ 180.000,00			
TIEMPO	7	meses	TIEMPO	5	meses		
NPER	0,583	años	NPER	0,417	años		
TASA	28%	anual	TASA	28%	anual		
INTERÉS	\$ 12.957,78		VA	\$ 161.194,03			
VF	\$ 92.291,11					DEUDA	\$ 253.485,14

PAGOS							
VA1	\$ 50.000		VA2	1	x		
TIEMPO	15	meses	TIEMPO	3	meses		
NPER	1,25	anual	NPER	0,250	anual		
TASA	28%	anual	TASA	28%	anual		
INTERÉS	\$ 17.500		VF2	1,07	x	PAGOS	$1,07x + 67.500$
VF1	\$ 67.500					Deudas = Pagos	
						X=	\$ 173.817,89

4. Una empresa importante contrajo una deuda hace 8 meses por \$ 2.000.000 con 30% de interés simple, y que vence dentro de 4 meses. Además, debe pagar otra deuda de \$ 1.500.000 contraída hace 2 meses, con 35% de interés simple y que vence dentro de dos meses. Si la tasa de interés es del 32%. ¿Qué pago deberá hacerse hoy para saldar sus deudas, si se compromete a pagar \$ 1.000.000 dentro de seis meses? Coloque la fecha focal en el día de hoy. **Rta: \$ 3.077.518,49**

VA1	\$ 2.000.000	
TIEMPO	12	meses
NPER	1	años
TASA	30%	anual
VF1	\$ 2.600.000	

VA2	\$ 1.500.000	
TIEMPO	4	meses
NPER	0,333	años
TASA	35%	anual
VF2	\$ 1.675.000	

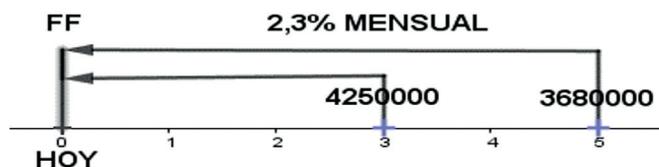


DEUDAS						
VF1	\$ 2.600.000,00		VF2	\$ 1.675.000,00		
TIEMPO	4	meses	TIEMPO	2	meses	
NPER	0,33	años	NPER	0,1667	años	
TASA	32%	anual	TASA	32%	anual	
VA1	\$ 2.349.397,59		VA2	\$ 1.590.189,87		
					DEUDA	\$ 3.939.587,46

PAGOS			
VF1	\$ 1.000.000		
TIEMPO	6	meses	
NPER	0,5	anual	
TASA	32%	anual	
VA1	\$ 862.068,97		
		PAGOS	\$ 862.068,97

Hoy tendrá que pagar \$ 3.077.518,50

5. Gladys Cecilia debe al doctor Tito Astudillo \$ 4.250.000 que deberá pagar dentro de 3 meses y \$ 3.680.000 a pagar dentro de 5 meses. Si la señora desea liquidar su deuda en este momento, ¿Qué cantidad deberá pagar si la tasa de interés es de 2,3% mensual? Use el periodo cero como fecha focal. **Rta: \$ 7.276.126,63**



<b>VF1</b>	\$ 4.250.000	
<b>NPER</b>	3	meses
<b>TASA</b>	2,30%	mensual
<b>VA1</b>	\$ 3.975.678,2	

<b>VF2</b>	\$ 3.680.000	
<b>NPER</b>	5	meses
<b>TASA</b>	2,30%	mensual
<b>VA2</b>	\$3.300.448,43	

pago inmediato de:  $VA1-VA2= \$7.276.126,63$

6. Fanny Esperanza solicitó un préstamo por \$ 2.500.000 a 8 meses con el 36% de interés simple Si realiza un pago de \$ 900.000 a los 4 meses, ¿Cuánto deberá pagar al final de los 8 meses utilice una tasa del interés del 36%? Use como fecha focal dentro de 8 meses. **Rta: \$ 2.092.000**

<b>VA</b>	\$2.500.000,00	
<b>TIEMPO</b>	8	meses
<b>NPER</b>	0,667	años
<b>TASA</b>	36%	anual
<b>VF</b>	\$ 3.100.000,00	

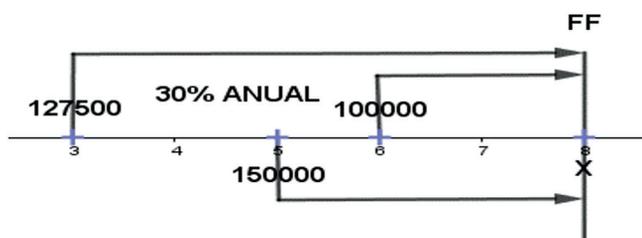
<b>VA1</b>	\$ 900.000,00	
<b>TIEMPO</b>	4	meses
<b>NPER</b>	0,333	años
<b>TASA</b>	36%	anual
<b>VF1</b>	\$ 1.008.000,00	

deberá pagar al final de los 8 meses:  $VF - VF1 =$

**\$ 2.092.000,00**

7. Una Fábrica de sombreros firma un pagaré por \$ 120.000 a 90 días, a 25%. Treinta días después, contrae una deuda por \$ 100.000 para pagarla 2 meses después, sin intereses. Dos meses después de la primera fecha, acuerda con un acreedor pagar \$ 150.000 en ese momento y, para saldar el resto de su deuda, hacer un pago final 3 meses después del pago, con interés de 30%. Determine el pago final convenido. **Rta: \$ 87.187,50**

<b>VA</b>	\$ 120.000	
<b>TIEMPO</b>	90	días
<b>NPER</b>	0,25	años
<b>TASA</b>	25%	anual
<b>VF</b>	\$ 127.500	



DEUDAS					
VA	\$ 127.500,00		VA	\$ 100.000,00	
TIEMPO	5	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,417	años	NPER	0,167	años
TASA	30%	anual	TASA	30%	anual
VF	\$ 143.437,50		VF	\$ 105.000,00	

sumatoria deudas= \$ 248.437,50

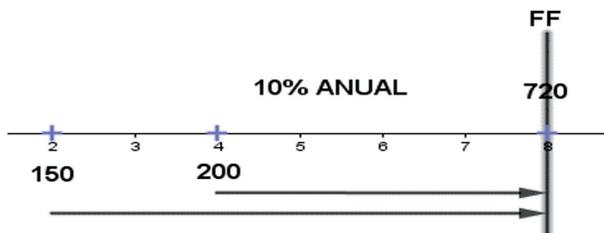
PAGOS		
VA	\$ 150.000,00	
TIEMPO	3	meses
NPER	0,250	anual
TASA	30%	anual
VF	\$ 161.250,00	

sumatoria pagos= \$ 161.250,00

saldo a pagar = \$ 87.187,50

8. Jonathan Santiago firma un pagaré por \$ 675 a 8 meses de plazo e interés de 10%. Si efectúa dos pagos antes del vencimiento, uno por \$ 150 a los 2 meses, y otro por \$ 200 a los 4 meses, con la misma tasa ¿cuál es el saldo que debe pagar al vencerse el pagaré. **Rta: 355,83**

DEUDA		
VA	\$ 675,00	
TIEMPO	8	MESES
NPER	0,667	AÑOS
TASA	10%	ANUAL
VF	\$ 720,00	



PAGO					
VA	\$ 150,00		VA	\$ 200,00	
TIEMPO	6	MESES	TIEMPO	4	MESES
NPER	0,500	AÑOS	NPER	0,333	AÑOS
TASA	10%	ANUAL	TASA	10%	ANUAL
VF	\$ 157,50		VF	\$ 206,67	

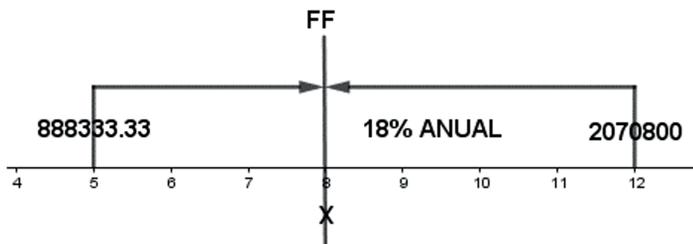
sumatoria pagos= \$ 364,17

saldo a pagar \$ 720 - \$ 364,17 = \$ 355,83

9. Carmen Yolanda adeuda \$ 820.000 que debe cancelar dentro de 5 meses a 20% de interés simple, y \$ 1.670.000 con vencimiento a 12 meses e intereses al 24%. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de 8 meses para saldar la totalidad de la deuda suponiendo una tasa de interés del 18%. Tomar la fecha focal en el mes 8. **Rta: \$ 2.881.893,24**

VA	\$ 820.000	
TIEMPO	5	meses
NPER	0,417	años
TASA	20%	anual
VF	888.333,33	

VA	\$ 1.670.000	
TIEMPO	12	meses
NPER	1	años
TASA	24%	anual
VF	\$2.070.800	



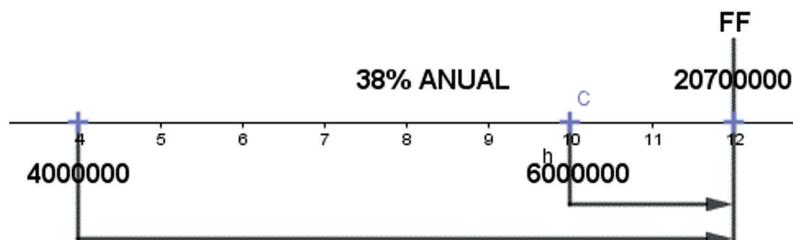
<b>VA</b>	\$ 888.333,33	
<b>TIEMPO</b>	3	meses
<b>NPER</b>	0,25	años
<b>TASA</b>	18%	anual
<b>VF</b>	\$ 928.308,33	

<b>VF</b>	\$ 2.070.800	
<b>TIEMPO</b>	4	meses
<b>NPER</b>	0,333	años
<b>TASA</b>	18%	anual
<b>VA</b>	\$ 1.953.584,91	

Cantidad a pagar: \$ 2.881.893,24

10. El dueño de una empresa textil compró equipos y herramientas por la suma de \$ 20.000.000, dio una cuota inicial de \$ 5.000.000 y el resto por pagar a un año, a 38% de interés simple. Cuatro meses más tarde dio un abono de \$ 4.000.000 y seis más tarde dio otro abono de \$ 6.000.000. Encuentre la cantidad a pagar en la fecha de vencimiento, use esta fecha como focal. **Rta: \$ 9.306.666,67**

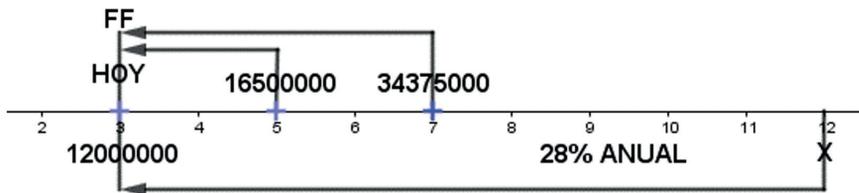
<b>capital</b>	\$ 20.000.000	
<b>cuota inicial</b>	\$ 5.000.000	
<b>VA</b>	\$ 15.000.000	
<b>NPER</b>	1	año
<b>TASA</b>	38%	anual
<b>VF</b>	\$ 20.700.000	



PAGOS					
VA	\$ 4.000.000		VA	\$ 6.000.000	
TIEMPO	8	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,6667	años	NPER	0,1667	años
TASA	38%	anual	TASA	38%	anual
VF	\$ 5.013.333,33		VF	\$ 6 .380.000	
				Cantidad a pagar en la fecha de vencimiento \$ 9.306.666,67	

11. En el día de hoy se cumple 3 meses de que una persona consiguió un préstamo por \$ 30.000.000 con tasa de interés del 25% y vencimiento a 7 meses. Seis meses antes del vencimiento de la primera deuda, había firmado un pagaré con valor de vencimiento por \$ 16.500.000 a un plazo de 4 meses. Hoy da un abono de \$ 12.000.000 y acuerda cancelar su deuda con otro pago dentro de 9 meses. ¿De cuánto será este pago si la tasa de interés se convino en 28%?. Use la fecha de hoy como fecha focal. **Rta: \$42.597.904,8**

VA	\$ 30.000.000	
TIEMPO	7	meses
NPER	0,583	años
TASA	25%	anual
VF	\$ 34.375.000	



DEUDAS					
VF	\$ 34.375.000,00		VF	\$ 16.500.000,00	
TIEMPO	4	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,333	años	NPER	0,167	años
TASA	28%	anual	TASA	28%	anual
VA	\$ 31.440.548,78		VA	\$ 15.764.331,21	

sumatoria deudas= \$ 47.204.879,99

PAGOS						
VA	\$ 12.000.000,00			VF	\$1,00	X
TIEMPO	0	meses		TIEMPO	9	meses
NPER	0,000	anual		NPER	0,750	anual
TASA	28%	anual		TASA	28%	anual
VF	\$ 12.000.000,00			VA	\$0,83	X

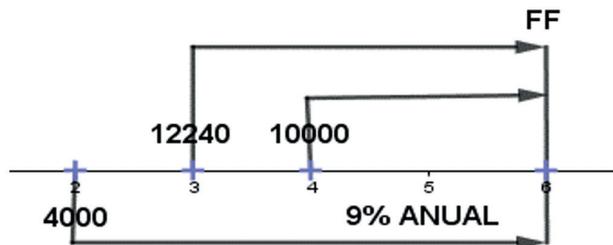
sumatoria pagos = \$ 12.000.000,00 + \$0,83 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$42.597.904,79

12. Juan Carlos (Tuga) firma un pagaré por \$ 12.000 a 90 días, al 8%. Treinta días después, contrae una deuda por \$10.000 para pagarla a 90 días después, sin intereses. 60 días después de la primera fecha, acuerda con un acreedor pagar \$ 4.000 y recoger los dos pagarés firmados reemplazándolos por uno sólo a 120 días contados desde la fecha de pago, con un rendimiento del 9%. Determine el pago único convenido. **Rta: \$ 18.545,40**

VA	\$ 12.000	
TIEMPO	90	meses
NPER	0,25	años
TASA	8%	anual
VF	\$ 12.240	



DEUDAS					
VA	\$ 12.240,00		VA	\$ 10.000,00	
TIEMPO	3	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,250	años	NPER	0,167	años
TASA	9%	anual	TASA	9%	anual
VF	\$ 12.515,40		VF	\$ 10.150,00	

sumatoria deudas= \$22.665,40

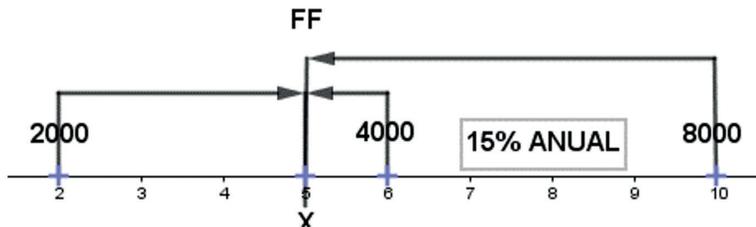
PAGOS					
VA	\$ 4.000,00		VA	\$ 1,00	X
TIEMPO	4	meses	TIEMPO	0	meses
NPER	0,333	años	NPER	0,000	anual
TASA	9%	anual	TASA	9%	anual
VF	\$ 4.120,00		VF	1,00	X

sumatoria pagos = \$4.120,00 + 1,00 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$18.545,40

13. Una empresa de cauchos debe cumplir con las obligaciones contraídas las mismas que deben pagarse dentro de 2 meses \$ 2.000 dentro de 6 meses \$ 4.000 y dentro de 10 meses \$ 8.000. El gerente desea liquidar toda la deuda dentro de 5 meses ¿Cuánto debe pagar dentro de 5 meses para saldar la deuda a una tasa de interés del 15%? **Rta: \$ 13.555,03**



DEUDAS								
VA	\$ 2.000,00		VF	\$ 4.000,00		VF	\$ 8.000,00	
TIEMPO	3	meses	TIEMPO	1	meses	TIEMPO	5	meses
NPER	0,250	años	NPER	0,083	años	NPER	0,417	años
TASA	15%	anual	TASA	15%	anual	TASA	15%	anual
VF	\$ 2.075,00		VA	\$ 3.950,62		VA	\$ 7.529,41	

sumatoria deudas= \$ 13.555,03

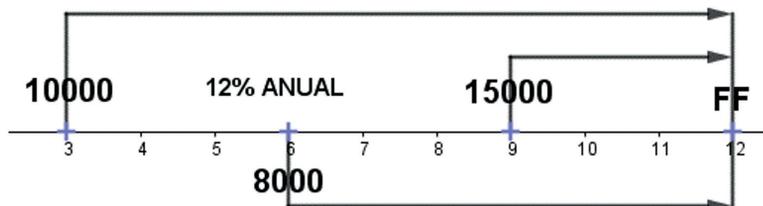
PAGOS		
VA	1,00	X
TIEMPO	0	meses
NPER	0,000	años
TASA	15%	anual
VF	1,00	X

sumatoria pagos = 1,00 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$ 13.555,03

14. María Gracia contrae dos obligaciones de \$ 10.000 y de \$ 15.000 que serán pagadas, la primera dentro de 3 meses y la segunda dentro de 9 meses. El deudor propone al acreedor pagar la deuda en la forma siguiente: \$ 8.000 dentro de 6 meses de haber contraído las obligaciones y el saldo dentro de 1 año. ¿Cuánto tendrá que pagar al final del año para liquidar la deuda? considerar una tasa del 12% de interés anual. **Rta: \$ 17.870**



DEUDAS					
VA	\$ 10.000,00		VA	\$ 15.000,00	
TIEMPO	9	meses	TIEMPO	3	meses
NPER	0,750	años	NPER	0,250	años
TASA	12%	anual	TASA	12%	anual
VF	\$ 10.900,00		VF	\$ 15.450,00	

sumatoria deudas = \$26.350,00

PAGOS					
VA	\$ 8.000,00		VA	\$ 1,00	X
TIEMPO	6	meses	TIEMPO	0	meses
NPER	0,5	años	NPER	0	anual
TASA	12%	anual	TASA	12%	anual
VF	\$ 8.480,00		VF	1,00	X

sumatoria pagos = \$8.480,00 + 1 X

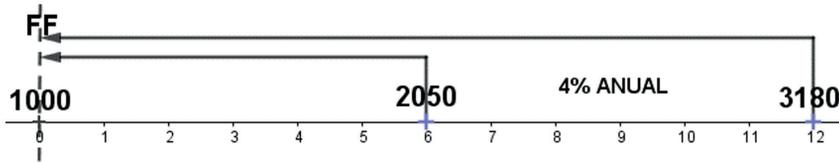
SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X = \$17.870,00

15. Determinar el valor de las siguientes obligaciones, el día de hoy, suponiendo una tasa del 4% de interés simple: \$ 1.000 con vencimiento el día de hoy; \$ 2.000 con vencimiento en 6 meses, con interés del 5%; \$ 3.000 con vencimiento en 1 año, con interés del 6%. Utilizar el día de hoy como fecha focal. **Rta: 6.067,50**

VA	\$ 2.000	
TIEMPO	6	meses
NPER	0,5	años
TASA	5%	anual
VF	\$ 2.050	

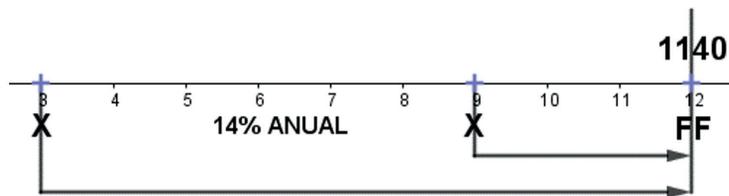
VA	\$ 3.000	
TIEMPO	12	meses
NPER	1	años
TASA	6%	anual
VF	\$ 3.180	



DEUDAS								
VA	\$ 1.000,00		VF	\$ 2.050,00		VF	\$ 3.180,00	
TIEMPO	0	meses	TIEMPO	6	meses	TIEMPO	12	meses
NPER	0	años	NPER	0,5	años	NPER	1	años
TASA	4%	anual	TASA	4%	anual	TASA	4%	anual
VF	\$ 1.000,00		VA	\$ 2.009,80		VA	\$ 3.057,69	

Hoy debería pagar = \$ 6.067,50

16. Una persona obligada a llevar contabilidad debe \$ 1.000 con vencimiento en 1 año a un interés del 14%. Desea saldar esta obligación por medio de dos pagos de igual cuantía a efectuar a los 3 y 9 meses respectivamente ¿Cuál será la cuantía de esos pagos, si ambas partes acuerdan utilizar una tasa de interés del 14% y una fecha focal de un año? **Rta: \$ 532,71**



DEUDAS		
VA	\$ 1.000,00	
TIEMPO	12	meses
NPER	1	años
TASA	14%	anual
VF	\$ 1.140,00	

sumatoria deudas = \$ 1.140,00

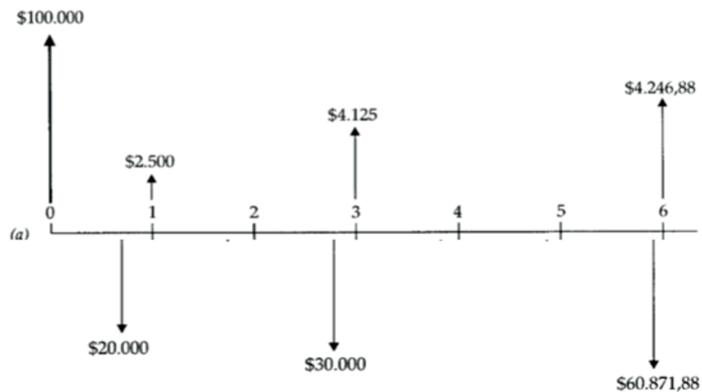
PAGOS						
VA	1	X		VA	1	X
TIEMPO	9	meses		TIEMPO	3	meses
NPER	0,8	años		NPER	0	anual
TASA	14%	anual		TASA	14%	anual
VF	\$1,11			VF	1,04	X

sumatoria pagos = 2,14 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

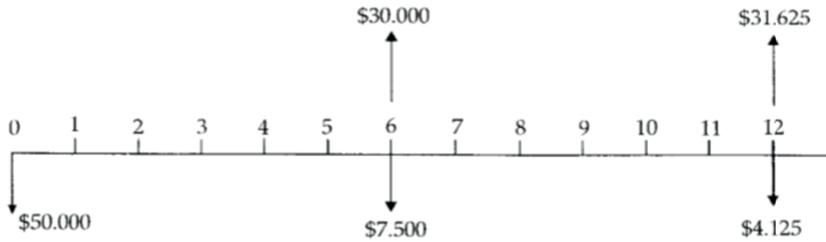
X= 532,71

17. Una institución educativa deposita \$ 100.000 en una cuenta de una corporación financiera que paga 30% de interés anual. Transcurrido un mes retira \$ 20.000, y dos meses después retira \$ 30.000. a) Hallar el saldo disponible a los 6 meses contados a partir de la fecha del depósito  
 b) Elaborar el diagrama de flujo de caja.



CAPITAL	\$ 100.000		RETIRO	\$ 20.000		RETIRO	\$ 30.000	
	30%	ANUAL		\$ 82 500			\$ 56 625	
	1	MES		2	MESES		3	MESES
	0,083	AÑOS		0,167	AÑOS		0,25	
INTERÉS	\$ 2.500		INTERÉS	\$ 4.125		INTERÉS	\$ 4.246,88	
MONTO	\$ 102.500			\$ 86.625			\$ 60.871,88	

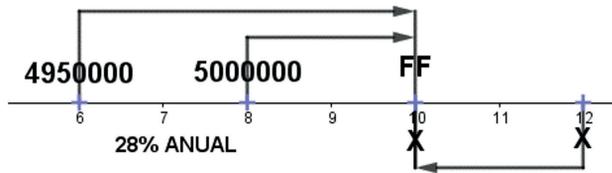
18. Elaborar el diagrama del flujo de caja y calcular los valores para una deuda de \$ 50.000 a un año de plazo a una tasa de interés del 30% que se cancela así: un pago de 30.000 a 6 meses y el saldo a un año. Al efectuar el pago de \$ 30.000, calcular los intereses de la deuda y obtener el nuevo saldo.



<b>DEUDA</b>	\$50.000		<b>PAGO</b>	\$30.000
	30%	ANUAL		\$27.500
	6	MESES	<b>INTERÉS</b>	\$4.125
	0,5	AÑOS		\$31.625
<b>INTERÉS</b>	\$7.500			
	\$57.500			

19. Una Empresa dedicada a la venta de muebles adeuda \$ 5.000.000 que debe liquidar dentro de 8 meses, y que ya incluye los intereses, \$ 4.500.000 contratado hoy al 20% para pagar dentro de seis meses. Si decide saldar sus deudas con 2 pagos iguales, uno dentro de 10 meses y el otro dentro de un año, y la operación se calcula al 28%. ¿Cuál será el valor de los dos pagos iguales si se usa como fecha focal: a) El mes 10? **Rta: \$5.444.030,4**  
 b) El mes 12; **Rta: \$ 5.428.175,9**

<b>VA</b>	\$ 4.500.000	
<b>TASA</b>	20%	anual
<b>TIEMPO</b>	6	meses
<b>NPER</b>	0,5	años
<b>VF</b>	\$ 4.950.000	



DEUDAS					
VA	\$ 4.950.000,00		VA	\$ 5.000.000,00	
TIEMPO	4	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,333	años	NPER	0,167	años
TASA	28%	anual	TASA	28%	anual
VF	\$ 5.412.000,00		VF	\$ 5.233.333,33	

sumatoria deudas= \$10.645.333,33

PAGOS					
VA	1		VF	1	X
TIEMPO	0	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0	años	NPER	0	anual
TASA	28%	anual	TASA	28%	anual
VF	\$1,00		VA	0,96	X

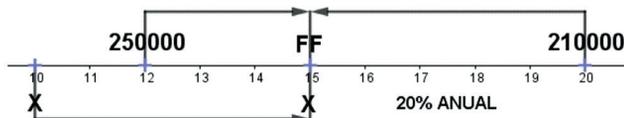
sumatoria pagos = \$1,96 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$ 5.444.030,40

20. Una deuda de \$ 250.000 con vencimiento en 12 meses, sin intereses, y otra de \$ 150.000 y con vencimiento en 20 meses e intereses del 24%, van a cancelarse mediante dos pagos iguales de \$ X c/u con vencimiento en 10 y 15 meses respectivamente. Con una tasa de interés del 20% hallar el valor de los pagos. Coloque la fecha focal en el mes 15; **Rta. \$ 219.046,15**

VA	\$ 150.000	
TASA	24%	anual
TIEMPO	20	meses
NPER	1,666	años
VF	\$ 210.000	



DEUDAS					
VA	\$ 250.000,00		VA	\$ 210.000,00	
TIEMPO	3	meses	TIEMPO	5	meses
NPER	0,250	años	NPER	0,417	años
TASA	20%	anual	TASA	20%	anual
VF	\$ 262.500,00		VF	\$ 193.846,15	

sumatoria deudas= \$ 456.346,15

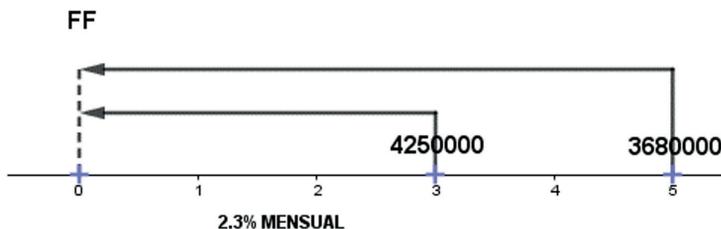
PAGOS					
VA	1	X	VA	1	X
TIEMPO	5	meses	TIEMPO	0	meses
NPER	0	años	NPER	0	AÑOS
TASA	20%	anual	TASA	20%	anual
VF	1,08	X	VF	1,00	X

sumatoria pagos = \$2,08 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$ 219.046,15

21. Una empresa de lácteos debe \$ 4.250.000 que deberá pagar dentro de 3 meses y \$ 3.680.000 a pagar dentro de 5 meses. Si la Empresa desea liquidar su deuda en este momento, ¿Qué cantidad deberá pagar si la tasa de interés es de 2,3% mensual? Use el periodo cero como fecha focal. **Rta.** \$ 7.276.126,63.

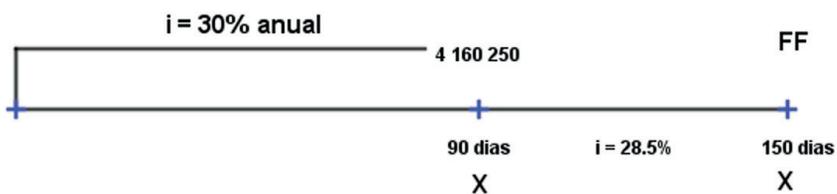


<b>VA</b>	\$ 4.250.000	
<b>TASA</b>	2,3%	mensual
<b>NPER</b>	3	meses
<b>VA</b>	\$ 3.975.678,20	

<b>VF</b>	\$ 3.680.000	
<b>TASA</b>	2,3%	mensual
<b>NPER</b>	5	meses
<b>VA</b>	\$ 3.300.448,43	
Cantidad a pagar:		\$ 7.276.126,6

22. Una persona firmó un pagaré por \$ 3.870.000 a 90 días de plazo y una tasa de interés del 30% anual. Desea reestructurar su deuda firmando dos pagarés de igual cuantía con vencimiento a 90 y a 150 días. ¿Cuál será el valor de los nuevos documentos si la tasa de interés para la reestructuración es de 28.5% y se toma como fecha focal la fecha dentro de 150 días? **Rta: \$ 2.128.381,87**

<b>DEUDA</b>	\$ 3.870.000	
<b>TIEMPO</b>	90	DIAS
<b>NPER</b>	0,25	AÑOS
<b>TASA</b>	30%	ANUAL
<b>INTERÉS</b>	\$ 290.250.000	
<b>VF</b>	\$ 4.160.250	



DEUDAS		
<b>VA</b>	\$ 4.160.250,00	
<b>TIEMPO</b>	60	DIAS
<b>NPER</b>	0,167	AÑOS
<b>TASA</b>	28,5%	ANUAL
<b>VF</b>	\$ 4.357.861,88	

sumatoria deudas= \$ 4.357.861,88

PAGOS						
VA	1	X		VA	1	X
TIEMPO	60	días		TIEMPO	0	meses
NPER	0,17	años		NPER	0	años
TASA	28,5%	anual		TASA	20%	anual
VF	1,05	X		VF	1,00	X

sumatoria pagos = \$2,05 X

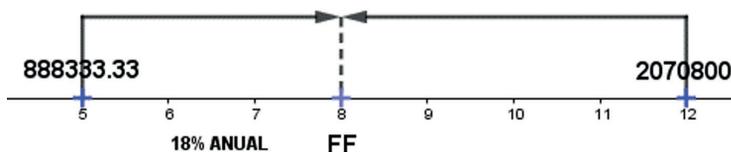
SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

X= \$2.128.381,87

23. Un almacén de ropa deportiva adeuda \$ 820.000 que debe cancelar dentro de 5 meses a 20% de interés simple, y \$ 1.670.000 con vencimiento a 12 meses e intereses al 24%. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de 8 meses para saldar la totalidad de la deuda suponiendo una tasa de interés del 18%. Tomar la fecha focal en el mes 8; **Rta: \$ 2.881.893,24**

VA	\$820.000	
TIEMPO	5	meses
NPER	0,4167	años
TASA	20%	anual
VF	\$ 888.333,33	

VA	\$ 1.670.000	
TIEMPO	12	meses
NPER	1	años
TASA	24%	anual
VF	\$ 2.070.800	

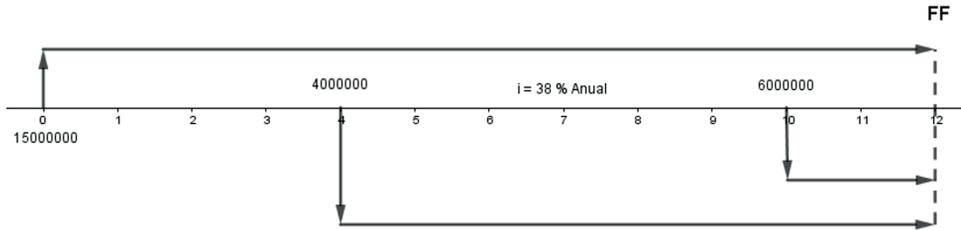


VA	\$ 888.333,33	
TIEMPO	3	meses
NPER	0,25	años
TASA	18%	anual
VF	\$ 928.308,33	

VF	\$ 2.070.800	
TIEMPO	4	meses
NPER	0,333	años
TASA	18%	anual
VA	\$ 1.953.584,91	

VF + VA = \$ 2.881.893,24

24. El dueño de una bomba de Gasolina compra equipos y herramientas por la suma de \$ 20.000.000, dio una cuota inicial de \$ 5.000.000 y el resto por pagar a un año, a 38% de interés simple. Cuatro meses más tarde dio un abono de \$ 4.000.000 y seis más tarde dio otro abono de \$ 6.000.000. Encuentre la cantidad a pagar en la fecha de vencimiento, use esta fecha como focal. **Rta: \$ 9.306.666,67**



<b>DEUDA</b>	\$ 20.000.000	
<b>CUOTA INICIAL</b>	\$ 5.000.000	
<b>TASA</b>	38%	anual
<b>NPER</b>	1	año
<b>VA</b>	\$ 15.000.000	
<b>INTERÉS</b>	\$ 5.700.000	
<b>VF1</b>	\$ 20.700.000	

<b>ABONO</b>	\$ 4.000.000	
<b>TIEMPO</b>	8	meses
<b>NPER</b>	0,667	años
<b>TASA</b>	38%	anual
<b>INTERÉS</b>	\$ 1.013.333,33	
<b>VF2</b>	\$ 5.013.333,33	

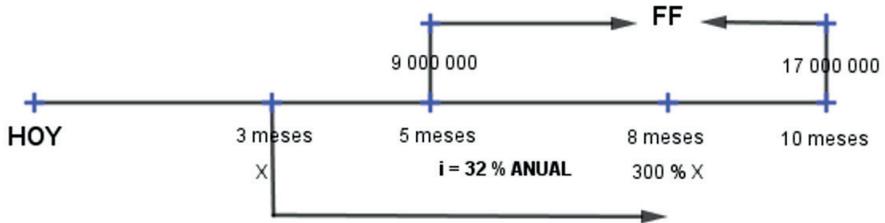
<b>ABONO</b>	\$ 6.000.000	
<b>TIEMPO</b>	2	meses
<b>NPER</b>	0,167	años
<b>TASA</b>	38%	anual
<b>INTERÉS</b>	\$ 380.000	
<b>VF3</b>	\$ 6.380.000	

La cantidad a pagar sería = \$9.306.666,67

$$VF1 - VF2 - VF3 = \$9.306.666,67$$

25. José Antonio debe pagar \$ 9.000.000 dentro de 5 meses y \$ 17.000.000 dentro de 10 meses. Llega a un acuerdo con su acreedor para pagar de la siguiente forma: Cierta cantidad X dentro de 3 meses y el 300% de X dentro de ocho meses. Si la tasa de interés es de 32%, encuentre el valor

de los pagos usando como fecha focal el mes 8; **Rta: \$ 6.256.267,86 en el mes 3 y \$ 18.768.803,59 en el mes 8**



DEUDAS					
VA	\$ 9.000.000,00		VF	\$ 1 7.000.000,00	
TIEMPO	3	meses	TIEMPO	2	meses
NPER	0,250	años	NPER	0,167	años
TASA	32%	anual	TASA	32%	anual
VF	\$ 9.720.000,00		VA	\$ 16.139.240,51	

sumatoria deudas= \$25.859.240,51

PAGOS					
VA	\$1,00	X	VA	3,00	X
TIEMPO	5	meses	TIEMPO	0	meses
NPER	0,4	años	NPER	0	años
TASA	32%	anual	TASA	32%	anual
VF	\$1,13	X	VF	3,00	X

sumatoria pagos = \$4,13 X

SUMATORIA DE DEUDAS = SUMATORIA DE PAGOS

saldo a pagar en el tercer mes = \$6.256.267,86

saldo a pagar en el octavo mes = \$18.768.803,59



# MATEMÁTICA FINANCIERA: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

## BLOQUE TEMÁTICO 2

### INTERÉS COMPUESTO

#### 2.1 Introducción

#### 2.2 Definición del interés compuesto

#### 2.3 Comparación entre el interés simple y compuesto

#### 2.4 Tasa periódica, nominal, efectiva y equivalente

#### 2.5 Cálculo del valor futuro y valor actual

#### 2.6 Cálculo de la tasa de interés compuesto y tiempo

#### 2.7 Ecuaciones de valor equivalentes

#### 2.8 Descuento a interés compuesto

### Desarrollo

#### 2.1 Introducción

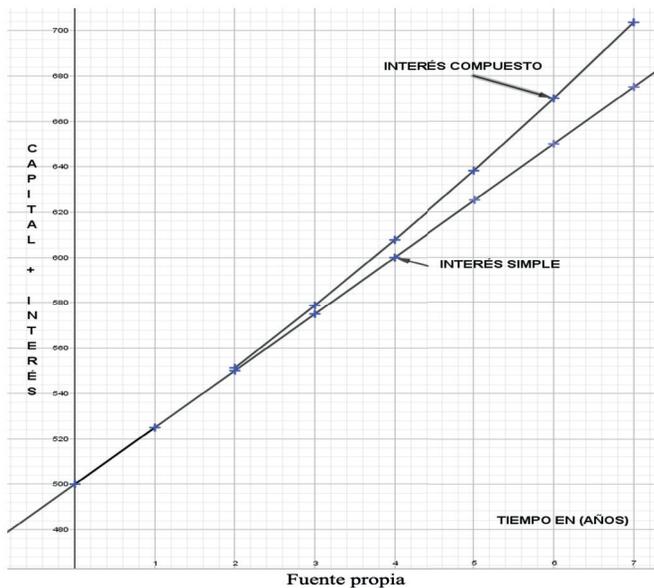
Según Díaz y Aguilera (2013), afirman:

El dinero y el tiempo son dos factores que se encuentran estrechamente ligados con la vida de las personas y de los negocios. Cuando se generan excedentes de efectivo, se ahorran durante un periodo determinado a fin de ganar un interés que aumente el capital original disponible; en otras ocasiones, en cambio, se tiene necesidad de recursos financieros durante un tiempo y se debe pagar un interés por su uso. En periodos cortos por lo general se utiliza, como ya se estudió en el capítulo anterior, el interés simple. En periodos largos, sin embargo, se emplea casi exclusivamente el interés compuesto.

## 2.2 Definición del interés compuesto

En el interés simple el capital original sobre el que se calculan los intereses permanece sin variación alguna durante todo el tiempo que dura la operación. En el interés compuesto, en cambio, los intereses que se generan se suman al capital original en periodos establecidos y, a su vez, van a generar un nuevo interés adicional en el siguiente lapso. En este caso se dice que el interés se capitaliza y que se está en presencia de una operación de interés compuesto. En estas operaciones, el capital no es constante a través del tiempo, pues aumenta al final de cada periodo por la adición de los intereses ganados de acuerdo con la tasa convenida. (Díaz y Aguilera, 2013, p.68)

## 2.3 Comparación entre el interés simple y compuesto



La diferencia entre el interés simple y compuesto radica en que el interés compuesto se capitaliza, el interés junto con el capital, y, por lo tanto, genera más monto, si lo analizamos con la gráfica propuesta vemos que con un capital de 500 dólares, tasa del 5% anual recibe a interés simple cada año 25 dólares de interés, manteniéndose constante el capital; en cambio a interés compuesto, el interés del primer año, se suma al capital de 500 dólares, lo que genera un nuevo capital de \$ 525, análogamente sucede para los años posteriores, llegando el capital, a ser para el segundo año de \$ 551,25 el tercer año \$ 578,81 etc.

## 2.4 Tasa periódica, nominal, tasa efectiva y tasa equivalente

### 2.4.1 Tasa periódica

La tasa de interés periódica ( $i$ ), se aplica siempre al final de cada periodo. Es aquella tasa, en la cual se indica dos elementos básicos: La tasa y el periodo de aplicación, mientras; no se indique lo contrario se maneja como vencida, lo cual indica que también habrá tasa de interés anticipada. La tasa periodica puede ser incluida en las fórmulas que se desarrollan en las matemáticas financieras. Ejemplos: 2% mensual, 4% bimestral, 6% trimestral, 18% semestral y 30% anual.

### 2.4.2 Tasa de interés nominal

Es una tasa de interés de referencia y se representa a través de la letra ( $j$ ), por ser de referencia no mide el valor real de dinero, por lo tanto, no puede ser incluido en las fórmulas de las matemáticas financieras. Para definir una tasa de interés nominal se necesita de tres elementos básicos: La tasa, el periodo de referencia y el periodo de composición. El periodo de referencia mientras no se diga lo contrario, siempre será el año, y se dice que está implícito y por tanto, no es necesario señalarlo. El periodo de composición, puede recibir el nombre de: periodo de capitalización, periodo de liquidación o periodo de conversión. El interés nominal, también puede ser anticipado, pero en este caso el período de aplicación se señala de manera anticipada.

Cuando el periodo de tiempo previsto para el cálculo, y liquidación de intereses coincide con la forma de expresión del tipo de interés se está utilizando un interés nominal.

Como ejemplos de interés nominales vencidos se pueden señalar: 4% bimestral compuesto mensualmente, 18% semestral capitalizable trimestralmente, 28% anual liquidable cuatrimestralmente, 32% convertible mensualmente.

### 2.4.3 Tasa de interés efectiva

Se denota por ( $i_e$ ), es un interés periódico especial, debido a que representa un interés para un período específico, es el interés efectivo para ese período, por ejemplo: el interés del 3% mensual, es el interés periódico para el mes y al mismo tiempo, es su interés efectivo. Lo que indica que, para denotar el interés efectivo, sólo se necesita indicar la tasa y el periodo de aplicación. El interés efectivo, mide el costo o la rentabilidad real del dinero.

La tasa de interés efectivo, se puede definir también, como la tasa de interés que en términos anuales (en un tiempo más extenso), es equivalente a una tasa de interés periódico (en un tiempo menos extenso). La tasa de intereses efectivo, es aquella que, al aplicarla una vez sobre un periodo de referencia, genera el mismo ingreso total (valor futuro), que cuando se aplica una tasa de interés periódico  $m$  veces sobre el mismo periodo de referencia.

#### 2.4.4 Tasa equivalente

Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión son equivalentes, si producen el mismo interés compuesto al final del año. Dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión, son equivalentes si ambos generan el mismo interés, y por lo tanto el mismo monto al término de un mismo lapso de tiempo no importando el plazo de la inversión.

#### 2.4.5 Periodo

El tiempo que transcurre entre un pago de interés y otro se denomina periodo y se simboliza por  $n$ , mientras que el número de periodos que hay en un año se representa por  $m$ , y representa el número de veces que el interés se capitaliza durante un año, a esto se le denomina frecuencia de conversión o frecuencia de capitalización. A continuación, se presenta una tabla que muestra las frecuencias de capitalización más utilizadas o comunes.

Anual	Semestral	Cuatrimestral	Trimestral	Bimestral	Mensual	Quincenal	Semanal	Diario
1	2	3	4	6	12	24	48	360

En un ejercicio o problema de interés compuesto al especificar la tasa de interés se menciona inmediatamente el periodo de capitalización. Por ejemplo:

30% Anual capitalizable o convertible diariamente.

28% Liquidable o capitalizable semanalmente.

24% Capitalizable quincenalmente.

36% Anual convertible mensualmente.

32% Anual liquidable bimestralmente.

40% Anual capitalizable trimestralmente.

20% Anual compuesto cuatrimestralmente.

35% Anual convertible semestralmente.

18% Anual liquidable anualmente.

Si no se especifica el periodo de referencia, éste se debe entender de forma anual. Es decir, 28% Liquidable o capitalizable semanalmente, es lo mismo, que si se manifestara 28% anual liquidable o capitalizable semanalmente.

El periodo de capitalización es un dato indispensable en la solución de problemas de interés compuesto. Al realizar un cálculo de interés compuesto es necesario que la tasa de interés esté expresada en la misma unidad de tiempo que el periodo de capitalización.

Con este antecedente se puede poner la fórmula del monto de la siguiente manera:

$$\text{Fórmula: } VF = VA\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} \quad (6)$$

VF = Monto VA = Capital j = tasa de interés nominal m=periodo de capitalización  
n = años

El tiempo entre dos fechas sucesivas en las que los intereses se agregan al capital se llama periodo de capitalización, y el número de veces por año en que los intereses se capitalizan se llama frecuencia de conversión y se denota con j. (Villalobos, 2007)

A la frecuencia de conversión se le conoce también como frecuencia de capitalización de intereses. Es cierto también que, si el periodo de capitalización es mensual, entonces las siguientes expresiones son equivalentes: “el interés es compuesto por meses”, “capitalizable por meses”, “convertible mensualmente” o “interés nominal mensual”. En estas condiciones, el valor de m es 12. Los valores más usuales para la frecuencia de conversión m, son:

m = 1. Para periodos anuales, los intereses se capitalizan cada año

m = 2. Si los periodos son semestrales

m = 3. Para periodos cuatrimestrales

m = 4. Para periodos trimestrales, los intereses se agregan al capital cada trimestre

m = 6. Cuando son periodos bimestrales

m = 12. Para periodos de un mes, los intereses se capitalizan cada mes

m = 13. Si los periodos son de 28 días

$m = 24$ . Para periodos quincenales

$m = 48$  o  $52$ . Para periodos semanales

$m = 360$ . Para periodos diarios.

Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión son equivalentes si producen el mismo interés compuesto al final del año.

Las tasas de interés se presentan como ya se ha dicho de forma periódica, nominal y efectiva pudiendo resumirse su equivalencia en un cuadro de la siguiente manera:

Tasa periódica	Equivalente a	Tasa periódica
8% trimestral	$(1+8\%)^{(4/12)}-1$	2,60% mensual
5% semestral	$(1+5\%)^{(2/24)}-1$	% quincenal
9% cuatrimestral	$(1+9\%)^{( /360)}-1$	% diaria
% diario	$(1+7\%)^{( /3)}-1$	% cuatrimestre

Algunos datos fueron borrados a propósito

$$8\% \text{ TRIMESTRAL} = (1 + 8\%)^{(4/12)} - 1 \text{ MENSUAL}$$

**FÓRMULA:**

$$i\% m = (1 + i\%)^{(\frac{m}{m_1})} - 1 \quad (7)$$

Note que  $m_1$  define la tasa periódica equivalente.

Tasa nominal	Equivalente a	Tasa nominal
8% anual CT	$[(1+8\%/4)^{(4/24)}-1]*24$	7,93% anual CQ
7% anual CM	$[(1+7\%/12)^{( /2)}-1]*2$	% anual CS
2% anual CS	$[(1+ \%/2)^{(2/ )}-1]*3$	% anual CC
5% anual CD	$[(1+5\%/360)^{( /4)}-1]*4$	% anual CT

CT=Capitalizable trimestralmente; CM=Capitalizable mensualmente; CS= Capitalizable semestralmente; CD= Capitalizable diariamente; CQ= Capitalizable quincenalmente; CC= Capitalizable cuatrimestralmente.

$$8\% \text{ CAPITALIZABLE TRIMESTRALMENTE} = \left[ \left( 1 + \frac{8\%}{4} \right)^{\frac{4}{24}} - 1 \right] * 24$$

$$j\% \text{ Cm} = \left[ \left( 1 + \frac{j\%}{m} \right)^{\frac{m}{m_1}} - 1 \right] * m_1 \quad (8)$$

Note que  $m_1$  define la tasa nominal compuesta equivalente.

Capitalizable puede ser empleado como sinónimo de compuesto, convertible y liquidable.

Una tasa nominal del 4% mensual capitalizable trimestralmente equivale a una tasa del 48% nominal anual capitalizable trimestralmente.

Una tasa nominal del 9% semestral capitalizable trimestralmente equivale a una tasa del 18% nominal anual capitalizable trimestralmente.

Tasa periódica	Equivalente a	Tasa efectiva anual
8 % trimestral	$( 1 + 8\% ) ^ 4 - 1$	36% EA
2.6 % mensual	$( 1 + 2,6 \% ) ^ 12 - 1$	36% EA

$$i\% \text{ m} = ( 1 + i\% )^m - 1 \quad (9)$$

Tasa nominal	Equivalente a	Tasa efectiva anual
8 % compuesta trimestral	$(1 + 8\% / 4)^4 - 1$	8,24% EA
7.95 % convertible mensual	$(1 + 7,95\% / 12)^{12} - 1$	8,24% EA

$$j\% C_m = \left(1 + \frac{j\%}{m}\right)^m - 1 \quad (10)$$

Tasa efectiva anual	Equivalente a	Tasa periódica
8 % anual	$(1 + 8\%)^{1/4} - 1$	1,94 % trimestral
6 % anual	$(1 + 6\%)^{1/12} - 1$	0,49 % mensual

$$i\% = \left(1 + i\%\right)^{\frac{1}{m_1}} - 1 \quad (11)$$

Note que  $m_1$  define la tasa periódica equivalente.

Tasa efectiva anual	Equivalente a	Tasa nominal compuesta
8,24 % anual	$[(1+8,24\%)^{1/4} - 1]*4$	8 % CT
6,5 % anual	$[(1+ 6,5\%)^{1/2} - 1]*2$	6,16 % CS

$$i\% = \left[ \left(1 + i\%\right)^{\frac{1}{m_1}} - 1 \right] * m_1 \quad (12)$$

Note que  $m_1$  define la tasa nominal capitalizable equivalente.

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 1

### Tasa periódica, nominal, efectiva y equivalente

#### 1) Nominal a Efectiva

1. Hallar la tasa efectiva anual equivalente al 18% con capitalización bimensual. **Rta:19,64 % EA**

j	18%	C. BIMENSUAL	
m	24		
i	19,64%	EFFECTIVA ANUAL	19,64%

$$EA = \left(1 + \frac{18\%}{24}\right)^{24} - 1 = 19,64\% \text{ ANUAL}$$

2. Hallar la tasa efectiva anual equivalente al 15% compuesto quincenalmente. **Rta: 16,13% EA**

j	15%	C. QUINCENAL	
m	24		
i	16,13%	EFFECTIVA ANUAL	16,13%

$$EA = \left(1 + \frac{15\%}{24}\right)^{24} - 1 = 16,13\% \text{ ANUAL}$$

3. ¿Cuál es la tasa efectiva que una persona por un préstamo bancario que se pactó al 20% de interés anual convertible bimestralmente? **Rta: 21,74%**

j	20%	C.B.	
m	6		
i	21,74%	EFFECTIVA ANUAL	21,74%

$$EA = \left(1 + \frac{20\%}{6}\right)^6 - 1 = 21,74\% \text{ ANUAL}$$

4. ¿Cuál es la tasa efectiva anual de un dinero invertido al 25% anual liquidable trimestralmente? **Rta: 27,44% EA.**

j	25%	C. T.	
m	4		
i	27,44%	EFFECTIVA ANUAL	27,44%

$$EA = \left(1 + \frac{25\%}{4}\right)^4 - 1 = 27,44\% \text{ ANUAL}$$

5. Convertir una tasa del 24% AMV en efectiva anual. **Rta: 26,82% EA.**  
(algunos textos utilizan la nomenclatura AMV para indicar que la tasa se liquida cada mes AMV=Anual mes vencido)

j	24%	C. M.	
m	12		
i	26,82%	EFFECTIVA ANUAL	26,82%

$$EA = \left(1 + \frac{24\%}{12}\right)^{12} - 1 = 26,82\% \text{ ANUAL}$$

6. Convertir el 20% anual bimensual vencida en efectiva anual. **Rta.: 22,04%**

j	20%	C. QUINCENAL	
m	24		
i	22,04%	EFFECTIVA ANUAL	22,04%

$$EA = \left(1 + \frac{20\%}{24}\right)^{24} - 1 = 22,04\% \text{ ANUAL}$$

7. Utilizando las siguientes tasas nominales, encuentre la tasa efectiva por periodo. a) 28% anual capitalizable semestralmente y b) 30% capitalizable cada 110 días. **Rta: a) 14% semestral y b) 9,1667% para periodo de 110 días (año de 360 días) y 9,0411% para periodo de 110 días (año de 365 días).**

j	28%		J	30%		30%	
m	2	Un año tiene 2 semestres	m	3,27	Un año tiene 3.27 cada 110 días (360/110)	3,32	Un año tiene 3.32 cada 110 días (365/110)
i	14,00%	SEMESTRAL	I	9,167%		9,041%	

$$i = \frac{28\%}{2} = 14\%$$

$$i = \frac{30\%}{360/110} = 9,167\%$$

$$i = \frac{30\%}{365/110} = 9,041\%$$

8. ¿Cuál es la tasa de interés por periodo de: a) 30% anual capitalizable mensualmente b) 16% anual capitalizable trimestralmente c) 2% trimestral d) 15% anual e) 18% anual capitalizable semestralmente f) 18% anual capitalizable mensualmente g) 0,5% mensual?

j	30%	C.M.	j	16%	C.T.
m	12		m	4	
i	2,50%	mensual	I	4,00%	trimestral

$$i = \frac{30\%}{12} = 2,5\% \text{ Mensual}$$

$$i = \frac{16\%}{4} = 4\% \text{ Trimestral}$$

j	18%	C.S	j	18%	C.M
m	2		m	12	
i	9,00%	semestral	i	1,50%	mensual

$$i = \frac{18\%}{2} = 9\% \text{ Semestral}$$

$$i = \frac{18\%}{12} = 1,5\% \text{ Mensual}$$

9. ¿Cuál banco es aconsejable para depositar dinero en cuenta corriente. El banco A que ofrece el 7% con capitalización trimestral y el banco B que ofrece el 7 ¼ % con capitalización semestral? **Rta: A tasa efectiva 7,1859% B tasa efectiva 7,38%**

BANCO A	
j	7%
m	4
i	7,1859%

C.T.  
EA

BANCO B	
j	7,25%
m	2
i	7,38%

C.S.  
EA

$$\left(1 + \frac{7\%}{4}\right)^4 - 1 = 7,1859\% \text{ E.A} \quad \left(1 + \frac{7,25\%}{2}\right)^2 - 1 = 7,38\% \text{ E.A}$$

10. ¿Cuál es la tasa efectiva que una persona recibe por un préstamo bancario que se pactó al 16,5% de interés anual convertible bimestralmente? **Rta: 17,68% tasa efectiva**

j	16,50%	C.B.
m	6	
i	17,68%	EFECTIVA ANUAL

$$\left(1 + \frac{16,5\%}{6}\right)^6 - 1 = 17,68\% \text{ E.A}$$

11. Convertir el 22,73% anual mes vencida a efectiva mensual. **Rta: 1,89% M**

j	22,73%	C.M.	
m	12		
i	0,16%	0,16%	Mensual

$$\left(1 + \frac{22,73\%}{12}\right)^{12} - 1 = 0,16\% \text{ E.M}$$

12. Convertir el 10,5% anual semestre vencido a efectiva trimestral. **Rta: 2,59% T**

j	10,50%	C.S.
m	2	
m1	4	
I	2,59%	trimestral

$$\left(1 + \frac{10,50\%}{2}\right)^{\frac{2}{4}} - 1 = 2,59\% E.T$$

13. Convertir el 8,75% anual trimestre vencido a efectiva semestral. **Rta: 4,42% S**

j	8,75%	
m	4	
m1	2	
I	4,42%	semestral

14. Convertir el 15,8% anual cuatrimestre vencido a efectiva quincenal. **Rta: 0,64% Q**

j	15,80%	
m	3	
m1	24	
I	0,64%	Quincenal

**2) Efectiva a Nominal**

1. Determine la tasa nominal que produce un rendimiento del 42% anual efectivo, si el interés se capitaliza cada mes. **Rta: 35,583% ACM.**

i	42%	Anual	
m	12		
j	35,58%	capitalizable mensualmente	35,58%

$$j = \left[ (1 + 42\%)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] * 12 = 35,58\% C.M.$$

2. Determinar la tasa nominal convertible trimestralmente, que produce una rentabilidad de 35% efectivo anual. **Rta: 31,16% ACT.**

<b>i</b>	35%	Anual
<b>m</b>	4	
<b>j</b>	31,16%	capitalizable trimestralmente

$$j = \left[ (1 + 35\%)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] * 4 = 31,16\% \text{ C.T.}$$

3. Convertir el 31,08% efectivo anual en anual trimestral vencido. **Rta: 28% ATV.**

<b>i</b>	31,08%	Anual
<b>m</b>	4	
<b>j</b>	28,00%	capitalizable trimestralmente

$$j = \left[ (1 + 31,08\%)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] * 4 = 28,00\% \text{ C.T.}$$

4. Determine la tasa de interés nominal que se recibe de un depósito bancario si la tasa anual efectiva es del 6% y se convierte: a) mensualmente b) semestralmente c) diariamente d) trimestralmente e) quincenalmente  
**Rta: 5,84% CM; 5,91% CS; 5,827% CD; 5,87% CT; 5,834% CQ**

<b>i</b>	6,00%	Anual
<b>m</b>	12	
<b>j</b>	5,84%	CM

<b>I</b>	6,00%	anual
<b>m</b>	2	
<b>J</b>	5,91%	CS

$$j = \left[ (1 + 6\%)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] * 12 = 5,84\% \text{ C.M.}$$

$$j = \left[ (1 + 6\%)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] * 2 = 5,91\% \text{ C.S.}$$

<b>i</b>	6,00%	Anual
<b>m</b>	360	
<b>j</b>	5,827%	CD

<b>I</b>	6,00%	Anual
<b>m</b>	4	
<b>J</b>	5,87%	CT

$$j = \left[ (1 + 6\%)^{\frac{1}{360}} - 1 \right] * 360 = 5,827\% \text{ C.D.}$$

$$j = \left[ (1 + 6\%)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] * 4 = 5,87\% \text{ C.T.}$$

i	6,00%	Anual
m	24	
j	5,834%	CQ

$$j = \left[ (1 + 6\%)^{\frac{1}{24}} - 1 \right] * 24 = 5,834\% \text{ C. Q.}$$

5. Determinar la tasa nominal j convertible bimestralmente, que produce un rendimiento de 40% anual. **Rta. 34,61%**

i	40,00%	Anual
m	6	
j	34,61%	CB

$$j = \left[ (1 + 40\%)^{\frac{1}{6}} - 1 \right] * 6 = 34,61\% \text{ C. B.}$$

### 3) Nominal a Nominal

1. ¿Qué tasa capitalizable semestralmente es equivalente al 8%, capitalizable trimestralmente. **Rta: 8,08%**

j	8%	C.T.
TRIMESTRAL	4	
SEMESTRAL	2	
j	8,08%	CS

$$j = \left[ \left( 1 + \frac{8\%}{4} \right)^4 - 1 \right] * 2 = 8,08\% \text{ C. S.}$$

2. ¿Qué tasa capitalizable mensualmente es equivalente al 5%, liquidable cuatrimestralmente. **Rta: 4,97%**

j	5%	C.C.
CUATRIMESTRAL	3	
MENSUAL	12	
j	4,97%	CM

$$j = \left[ \left( 1 + \frac{5\%}{3} \right)^3 - 1 \right] * 12 = 4,97\% \text{ C. M.}$$

3. ¿Qué tasa capitalizable trimestralmente es equivalente al 11%, capitalizable bimensualmente. **Rta: 11.13%**

j	11%	C. q.
QUINCENAL	24	
TRIMESTRAL	4	
j	11,13%	C.T.

$$j = \left[ \left( 1 + \frac{11\%}{24} \right)^4 - 1 \right] * 4 = 11,13\% \text{ C. T.}$$

4. ¿Qué tasa capitalizable quincenalmente es equivalente al 10%, capitalizable mensualmente. **Rta: 9,98%**

j	10%	C. M .
MENSUAL	12	
QUINCENAL	24	
j	9,98%	Cq

$$j = \left[ \left( 1 + \frac{10\%}{12} \right)^{24} - 1 \right] * 24 = 9,98\% \text{ C. q.}$$

5. Hallar una tasa nominal trimestral vencida equivalente al 36% anual mes vencido. **Rta: 37,09% anual capitalizable trimestralmente.**

j	36%	C.M.
MENSUAL	12	
TRIMESTRAL	4	
j	37,09%	C.T.

$$j = \left[ \left( 1 + \frac{36\%}{12} \right)^{\frac{12}{4}} - 1 \right] * 4 = 37,09\% \text{ C.T.}$$

4) Efectiva a Efectiva

1. Convertir el 25% EA en efectivo bimestral. **Rta: 3,79% bimestral.**

i	25%	E.A.
m	6	
i	3,79%	Bimestral

$$i = (1 + 25\%)^{\frac{1}{6}} - 1 = 3,79\% \text{ Bimestral}$$

2. Convertir el 28% EA en efectivo periódico trimestral. **Rta: 6,37 trimestral.**

i	28%	E.A.
m	4	
i	6,37%	Trimestral

$$i = (1 + 28\%)^{\frac{1}{4}} - 1 = 6,37\% \text{ Trimestral}$$

3. Convertir el 12% EA en efectivo periódico mensual. **Rta: 0,95 mensual.**

i	12%	E.A.
m	12	
i	0,95%	mensual

$$i = (1 + 12\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,95\% \text{ Mensual}$$

4. Convertir el 7% EA en efectivo semestral. **Rta: 3,44% semestral.**

i	7%	E.A.
m	2	
i	3,44%	semestral

$$i = (1 + 7\%)^{\frac{1}{2}} - 1 = 3,44\% \text{ Semestral}$$

5. ¿Qué tasa de interés mensual resulta equivalente a una tasa de 12% semestral? **Rta: 1,91%**

i	12%	semestral
SEMESTRAL	2	
MENSUAL	12	
i	1,91%	mensual

$$i = (1 + 12\%)^{\frac{2}{12}} - 1 = 1,91\% \text{ Mensual}$$

6. ¿Qué tasa de interés quincenal resulta equivalente a una tasa de 15% trimestral? **Rta: 2,36%**

i	15%	trimestral
TRIMESTRAL	4	
QUINCENAL	24	
i	2,36%	quincenal

$$i = (1 + 15\%)^{\frac{4}{24}} - 1 = 2,36\% \text{ quincenal}$$

7. ¿Qué tasa de interés diaria resulta equivalente a una tasa de 8% bimestral?  
Rta: 0,13%

i	8%	bimestral
BIMESTRAL	6	
DIARIO	360	
i	0,13%	diario

$$i = (1 + 8\%)^{\frac{6}{360}} - 1 = 0,13\% \text{ DIARIO}$$

Las fórmulas que a continuación se detallan pueden ser muy útiles cuando se trata de intereses anticipados, más aún cuando los problemas financieros

mezclan intereses vencidos con anticipados y efectivos, los escenarios comprometidos en esta miscelánea lo indicamos a continuación.

### 5) Tasa de interés anticipado

a) Nominal anticipado a nominal anticipado

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 - ja/m_1)^{-m_1} \quad (13)$$

b) Nominal anticipado a periódico anticipado

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 - ia)^{-m_1} \quad (14)$$

c) Periódico anticipado a periódico anticipado

$$(1 - ia)^{-m} = (1 - ia)^{-m_1} \quad (15)$$

d) Periódico anticipado a nominal anticipado

$$(1 - ia)^{-m} = (1 - ja/m_1)^{-m_1} \quad (16)$$

### Miscelánea de tasas anticipadas vs. vencidas

e) Nominal vencido a nominal anticipado

$$(1 + j/m)^m = (1 - ja/m_1)^{-m_1} \quad (17)$$

f) Nominal vencido a periódico anticipado

$$(1 + j/m)^m = (1 - ia)^{-m_1} \quad (18)$$

g) Efectivo a periódico anticipado

$$(1 + i)^m = (1 - ia)^{-m_1} \quad (19)$$

h) Periódico anticipado a efectivo

$$(1 - ia)^{-m} = (1 + i)^{m_1} \quad (20)$$

i) Nominal anticipado a nominal vencido

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 + j/m_1)^{m_1} \quad (21)$$

j) Nominal anticipado a efectivo

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 + i)^m \quad (22)$$

k) Efectivo a nominal anticipado

$$(1 + i)^m = (1 - ja/m_1)^{-m_1} \quad (23)$$

l) Periódico anticipado a nominal vencido

$$(1 - ia)^{-m} = (1 + j/m_1)^{m_1} \quad (24)$$

### Ejemplos:

1) Dada una tasa del 28% compuesto trimestre anticipada. Hallar una tasa nominal bimestral anticipada equivalente.

Datos:  $ja=28\%$  ,  $m=4$  ,  $m_1=6$

Fórmula (13)

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 - ja/m_1)^{-m_1}$$

Sustitución de datos:

$$\left(1 - \frac{28\%}{4}\right)^{-4} = \left(1 - \frac{ja}{6}\right)^{-6}$$

$$\left(1 - \frac{28\%}{4}\right)^{-4/-6} - 1 = -\frac{ja}{6}$$

$$\left[\left(1 - \frac{28\%}{4}\right)^{-4/-6} - 1\right] * -6 = ja$$

$ja=28,34\%$  NBA

NBA = Nominal Bimestral Anticipada

- 2) Dada una tasa del 15% semestral anticipada. Hallar una tasa equivalente bimensual anticipada.

Datos:  $ia=15\%, m=2, m_1=24$

Fórmula (15)

$$(1 - ia)^{-m} = (1 - ia)^{-m_1}$$

Sustitución de datos:

$$(1 - 15\%)^{-2} = (1 - ia)^{-24}$$

$$(1 - 15\%)^{-2/-24} - 1 = -ia$$

$$1 - (1 - 15\%)^{-2/-24} = ia$$

$ia=1.35\%$  BA

$bA = bimensual Anticipada$

- 3) Dada una tasa del 26 % convertible mensualmente anticipada Hallar una tasa equivalente cuatrimestral anticipada.

Datos:  $ja=26\%, m=12, m_1=3$

Fórmula (14)

$$(1 - ja/m)^{-m} = (1 - ia)^{-m_1}$$

Sustitución de datos:

$$(1 - 26\%/12)^{-12} = (1 - ia)^{-3}$$

$$(1 - 26\%/12)^{-12/-3} - 1 = -ia$$

$$1 - (1 - 26\%/12)^{-12/-3} = ia$$

$ia=8,39\%$  CA

## 2.5 Cálculo del valor futuro y valor actual con interés compuesto

Se denomina valor futuro cuando el capital cambia al final de cada periodo. En este tipo de operaciones los intereses se adicionan al capital para formar un nuevo capital denominado valor futuro y sobre éste volver a calcular intereses, es decir, hay capitalización de los intereses. En otras palabras, se podría definir como la operación financiera en la cual el capital aumenta al final de cada periodo por la suma de los intereses vencidos. La suma total obtenida al final se conoce con el nombre de valor futuro.

El interés compuesto es más flexible y real, ya que valora periodo a periodo el dinero realmente comprometido en la operación financiera, y por tal motivo es el tipo de interés más utilizado en las actividades económicas.

Lo anterior, hace necesario una correcta elaboración del diagrama de tiempo y lo importante que es ubicar en forma correcta y exacta el dinero en el tiempo.

Por último, es conveniente afirmar que el interés compuesto se utiliza en la Ingeniería Económica, Matemática Financieras, Evaluación de Proyectos y en general por todo el sistema financiero.

El valor actual a interés compuesto se calcula con la aplicación de la siguiente fórmula:

$$VA = \frac{VF}{(1+i)^n} \quad (26)$$

donde  $n$ ,  $i$  deben estar en la misma unidad de tiempo, tomando en cuenta la tasa efectiva.

$$VF = \text{monto} \quad VA = \text{capital} \quad i = \text{tasa de interés anual} \quad n = \text{años}$$

El Valor futuro a interés compuesto se despeja de la fórmula anterior lo que da:

$$VF = VA(1 + i)^n \quad (27)$$

## Valor futuro y valor actual

Los ejercicios que se detallan a continuación, son realizados en el software Excel, el lector debe comprender que las operaciones son exactas ya que Excel trabaja con muchos decimales, por lo que se procederá siempre a dejar las respuestas con dos decimales, salvo el caso en que se quiera expresar un número con más precisión.

Para determinar el valor futuro y valor actual, dar clic en insertar función, Excel despliega una hoja donde se selecciona una categoría: “Financiera”, luego se selecciona una función: VF, y a continuación aceptar. Excel muestra un cuadro de dialogo donde el título es argumentos de función, ahí se colocarán los datos del enunciado del problema.

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 2

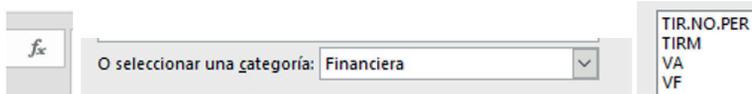
1. Hallar el valor futuro de:

a) \$ 3.500 para 4 años al 6,5% liquidable anualmente. **Rta: \$ 4.502,63**

VA	\$ 3.500	
NPER	4	Años
j	6,50%	C.A.
m	1	
VF	\$ 4.502,63	

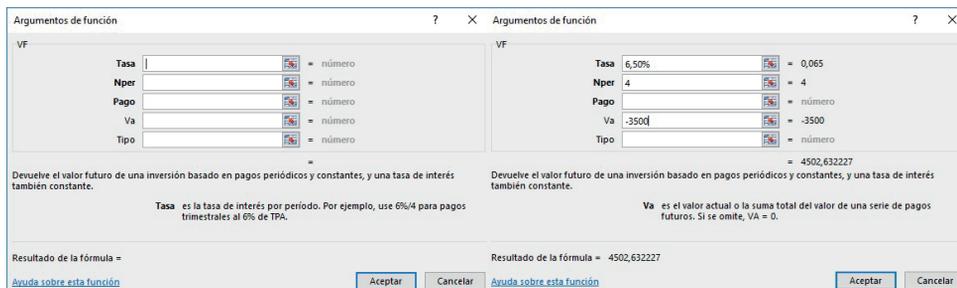
Utilizando excel:

Ruta para insertar la fórmula: En el software excel damos clic en insertar función, a continuación aparecerá un cuadro de diálogo donde seleccionamos la categoría financiera y buscamos la opción VF (valor futuro).



$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{6,50\%}{1} = 6,50\% \text{ anual}; Nper = 4 \text{ años}; \text{Capital (VA)} = \$ 3.500$$

### Fórmula VALOR FUTURO (VF)



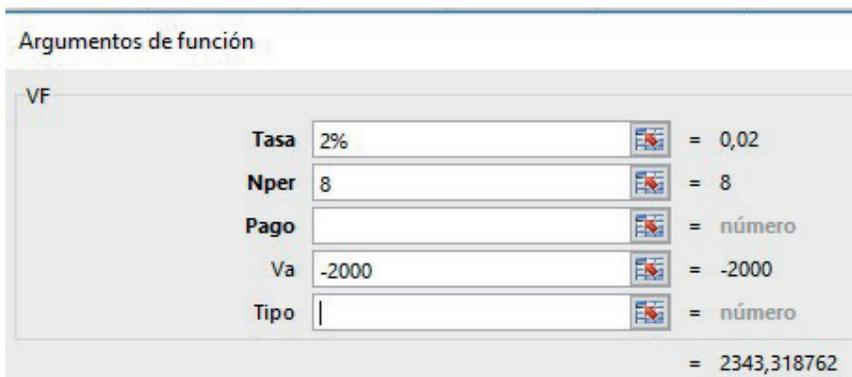
b) \$ 2.000 para 2 años al 8% compuesto trimestralmente. **Rta:**  
**\$2.343,32**

VA	\$ 2.000	
NPÉR	2	AÑOS
NPÉR	8	TRIMESTRES
j	8,00%	C.T.
TRIMESTRAL	4	
TASA	2,00%	TRIMESTRAL
VF	\$ 2.343,32	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{8,0\%}{4} = 2\% \text{ Trimestral} ; Nper = 8 \text{ Trimestres} ; \text{Capital (VA)} = \$ 2.000$$

Fórmula VALOR FUTURO (VF)



c) \$ 12000 para 4,5 años al 12% compuesto semestralmente. **Rta:**  
**\$20.273,75**

VA	\$ 12.000	
NPER	4,5	Años
j	12,00%	C.S.
m	2	
VF	\$ 20.273,75	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{12\%}{2} = 6\% \text{ Semestral}; Nper = 9 \text{ Semestres}; \text{Capital (VA)} = \$ 12.000$$

Fórmula VALOR FUTURO (VF)

Argumentos de función

VF

Tasa	6%	= 0,06
Nper	9	= 9
Pago		= número
Va	-12000	= -12000
Tipo		= número
		= 20273,74751

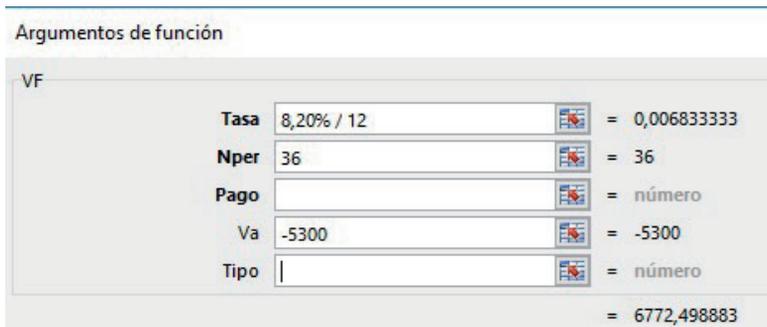
- d) \$ 5.300 para 3 años al 8,2% convertible mensualmente.  
**Rta: \$ 6.772,50**

VA	\$ 5.300	
NPER	3	años
j	8,20%	C.M.
M	12	
VF	\$ 6.772,50	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{8.20\%}{12} = 4,1/6\% \text{ Mensual ; } Nper = 36 \text{ Meses; Capital (VA) = \$ 5.300}$$

Fórmula VALOR FUTURO (VF)



2. Hallar el valor actual de:

a) \$ 3.500 pagaderos dentro de 4 años al 6,5% liquidable anualmente.

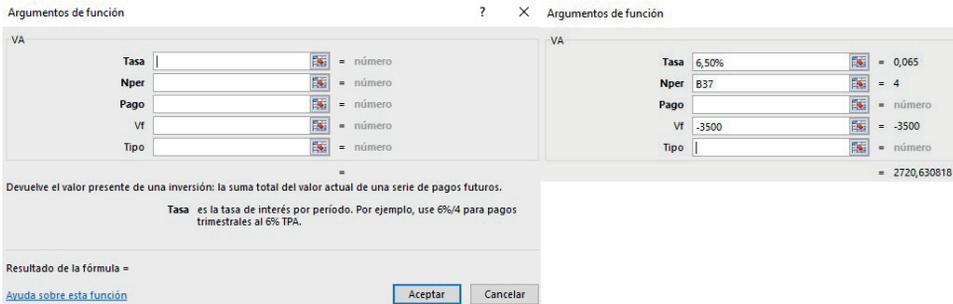
**Rta. \$ 2.720,63**

VF	\$ 3.500	
NPER	4	años
j	6,50%	
m	1	
VA	\$ 2.720,63	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{6.50\%}{1} = 6,5\% \text{ Anual ; } Nper = 4 \text{ Años; Monto (VF) = \$ 3.500}$$

### Fórmula VALOR ACTUAL (VA)



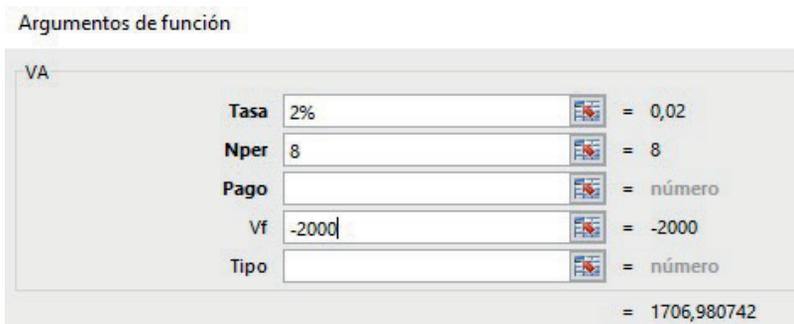
- b) \$ 2.000 pagaderos dentro de 2 años al 8% compuesto trimestralmente.  
**Rta: \$ 1.706,98**

VF	\$ 2.000	
NPER	2	años
j	8,00%	
m	4	
VA	\$ 1.706,98	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{8.0\%}{4} = 2\% \text{ trimestral} ; Nper = 8 \text{ trimestres}; \text{Monto (VF)} = \$ 2.000$$

### Fórmula VALOR ACTUAL (VA)



- c) 12.000 pagaderos dentro de 4,5 años al 12% compuesto semestralmente  
**Rta: \$ 7.102,78**

<b>VF</b>	\$ 12.000	Años
<b>NPER</b>	4,5	
<b>j</b>	12,00%	
<b>m</b>	2	
<b>VA</b>	\$7.102,78	

Utilizando excel:

$$tasa = \frac{j}{m} = \frac{12,0\%}{2} = 6\% \text{ semestral}; Nper = 9 \text{ semestres}; \text{Monto (VF)} = \$ 12.000$$

Fórmula VALOR ACTUAL (VA)

Argumentos de función		
VA		
Tasa	6%	= 0,06
Nper	9	= 9
Pago		= número
Vf	-12000	= -12000
Tipo		= número
		= 7102,781562

- d) 5.300 pagaderos dentro de 3 años al 8,2% convertible anualmente  
**Rta: \$ 4.184,02**

<b>VF</b>	\$ 5.300	años	
<b>NPER</b>	3		
<b>j</b>	8,20%		C.A
<b>m</b>	1		
<b>VA</b>	\$ 4.184,02		

Argumentos de función

VA

Tasa	8,20%	=	0,082
Nper	3	=	3
Pago		=	número
Vf	-5300	=	-5300
Tipo		=	número
			= 4184,023232

3. Hallar el valor futuro de:

a) \$ 3.800 en un periodo de 2 años al 6,5% mensual. **Rta. \$ 17.225,59**

VA	\$ 3.800	
NPER	2	años
NPER	24	MESES
TASA	6.50%	MENSUAL
VF	\$ 17.225,59	

Utilizando excel:

*tasa = 6,5% mensual ; Nper = 24 meses; Capital (VA) = \$ 3.800*

Fórmula VALOR FUTURO (VF)

Argumentos de función

VF

Tasa	B59	=	0,065
Nper	24	=	24
Pago		=	número
Va	-3800	=	-3800
Tipo		=	número
			= 17225,59306

b) \$ 4.600 para 5 años al 8% trimestralmente. Rta. \$ 21.440,40

VA	\$ 4.600	
NPER	5	años
TASA	8,00%	TRIMESTRAL
m	4	
VF	\$ 21.440,40	

Utilizando excel:

*tasa = 8 % trimestral ; Nper = 20 trimestres; Capital (VA) = \$ 4.600*

Fórmula VALOR FUTURO (VF)

Argumentos de función

VF

Tasa	8%	= 0,08
Nper	20	= 20
Pago		= número
Va	-4600	= -4600
Tipo		= número
		= 21440,40286

c) \$ 10.520 para 4 años y medio al 12% semestralmente. Rta. \$29.172,79

VA	\$ 10 520	
NPER	4,5	años
TASA	12%	SEMESTRAL
m	2	
VF	\$ 29 172,789	

Utilizando excel:

*tasa = 12 % semestral ; Nper = 9 semestres; Capital (VA) = \$ 10.520*

Fórmula VALOR FUTURO (VF)

Argumentos de función

VF

Tasa	12%	= 0,12
Nper	9	= 9
Pago		= número
Va	-10520	= -10520
Tipo		= número
		= 29172,78853

d) \$ 5.760 para 3 años al 11,7% mensualmente. **Rta: \$ 309.269,23**

VA	\$ 5.760	
NPER	3	años
TASA	11,70%	MENSUAL
m	12	
VF	\$ 309.269,23	

Utilizando excel:

*tasa = 11,7 % mensual ; Nper = 36 meses; Capital (VA) = \$ 5.760*

Fórmula VALOR FUTURO (VF)

Argumentos de función

VF

Tasa	11,7%	= 0,117
Nper	36	= 36
Pago		= número
Va	-5760	= -5760
Tipo		= número
		= 309269,2318

4. Determinar el monto compuesto después de 2 años si se invierten \$ 1.200 a una tasa del 6,5% trimestral. **Rta: \$ 1.985,99**

<b>VA</b>	\$ 1.200	
<b>NPER</b>	2	años
<b>TASA</b>	6,50%	trimestral
<b>NPER</b>	8	trimestres
<b>VF</b>	\$ 1.985,99	

$$VF = VA(1 + i)^n$$

$$VF = 1200 (1 + 6.5\%)^8 = \$1.985,99$$

5. ¿Qué cantidad de dinero se habrá acumulado al cabo de 2 años si se invierten \$ 350 al 4,32% mensual. **Rta: \$ 965,81**

<b>VA</b>	\$ 350	
<b>NPER</b>	2	Años
<b>TASA</b>	4,32%	Trimestral
<b>NPER</b>	24	Trimestres
<b>VF</b>	\$ 965,81	

6. Se invierten \$ 850 al 2,4% mensual por 5 años. ¿Cuál es la cantidad acumulada al término de ese tiempo? ¿A cuánto asciende el interés ganado? **Rta: \$ 3.527,09 y \$ 2.677,09**

<b>VA</b>	\$ 850	
<b>NPER</b>	5	Años
<b>TASA</b>	2,40%	Trimestral
<b>NPER</b>	60	Trimestres
<b>VF</b>	\$ 3.527,09	
<b>I = VF - VA</b>	\$ 2.677,09	

7. Un inversionista ofreció un pagaré de \$ 1.340 sin intereses que vence dentro de 2 años, a un precio que le produzca el 5,74 % efectivo anual; calcular el precio ofrecido. **Rta: \$ 1.198,47**

VF	\$ 1.340	
NPER	2	años
TASA	5,74%	EA
VA	\$ 1.198,47	

$$VA = VF(1 + i)^{-n}$$

$$VA = 1.340 (1 + 5.74\%)^{-2} = \$1.198,47$$

8. ¿Cuál es el valor futuro de \$ 4.500 que vencen dentro de 2 años, si la tasa de interés es del 6,23 % bimestral? **Rta: \$ 9.293,49**

VA	\$ 4.500	
NPER	2	Años
TASA	6,23%	bimestral
NPER	12	bimestres
VF	\$ 9.293,49	

9. Si un apartamento se adquiere hoy por \$ 80.000 y por efectos de la inflación y otros factores su valor aumenta a razón de un 1,24% anual, ¿cuánto podrá valer dentro de 10 años? **Rta: \$ 90.492,24**

VA	\$ 80.000	
NPER	10	años
TASA	1,24%	anual
VF	\$ 90.492,24	

10. Obtenga el monto que se acumula en dos años, si un capital de \$26.000 se invierte al 8,5% compuesto por semestres. **Rta: \$ 30.709,84**

VA	\$ 26.000	
NPER	2	años
j	8,50%	C.S.
m	2	
TASA	4,25%	semestral
NPER	4	semestres
VF	\$ 30.709,84	

11. Calculemos el monto de un capital de \$ 3.500,00 a interés compuesto durante 15 años y 3 meses, si la tasa de interés es del 4,3% anual capitalizable de la siguiente forma:

- a) Tasa del 4,3% efectiva. **Rta: \$ 6.651,26**

VA	\$ 3.500	
NPER	15 años 3 meses	
NPER	183	meses
NPER	15,25	años
TASA	4,30%	EA
VF	\$ 6.651,26	

- b) Tasa del 4,3% anual capitalizable semestral. **Rta: \$ 6.696,35**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	30,5	semestres
i	4,30%	C.S.
TASA	2,15%	SEMESTRAL
VF	\$ 6.696,35	

c) Tasa del 4,3% capitalización quincenal\*. **Rta: \$ 6.739,10**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	366	quincenas
j	4,30%	C.Q.
m	24	
TASA	0,18%	quincenas
VF	\$ 6.739,10	

\*Aunque no se especifique: “capitalización quincenal” es análogo a decir: “anual capitalizable quincenalmente”

d) Tasa del 4,3% anual capitalizable cuatrimestral. **Rta: \$ 6.711,74**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	45,75	CUATRIMESTRAL
j	4,30%	C.C.
CUATRIMESTRAL	3	
TASA	1,43%	CUATRIMESTRAL
VF	\$ 6.711,74	

e) Tasa del 4,3% capitalizable trimestralmente. **Rta: \$ 6.719,50**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	61	TRIM
j	4,30%	C.C.
CUATRIMESTRAL	4	
TASA	1,08%	TRIM
VF	\$ 6.719,50	

f) Tasa del 4,3% capitalización bimestral. **Rta: \$ 6.727,30**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	91,5	BIMESTRES
j	4,30%	C.B.
BIMESTRAL	6	
TASA	0,72%	BIMESTRAL
VF	\$ 6.727,30	

g) Tasa del 4,3% capitalización mensual. **Rta: \$ 6.735,16**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	183	MESES
j	4,30%	C.M.
m	12	
TASA	0,36%	MENSUAL
VF	\$ 6.735,16	

h) Tasa del 4,3% capitalización diaria. **Rta: \$ 6.742,79**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	5490	DIAS
j	4,30%	C.D.
m	360	
TASA	0,01%	DIARIA
VF	\$ 6.742,79	

- i) Tasa del 4,3% semestral capitalizable mensualmente. **Rta: \$12.930,46**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
j	4,30%	S.C.M
j	8,60%	C.M
TASA	0,72%	Mensual
VF	\$ 12.930,46	

- j) Tasa del 4,3% trimestral capitalizable bimestralmente. **Rta: \$46.472,93**

VA	\$ 3.500	
NPER	183	MESES
NPER	91,5	BIMESTRES
j	4,30%	T.C.B
j	17,20%	C.B
TASA	2,87%	BIMESTRAL
VF	\$ 46.472,93	

12. Si Sebastián obtiene un préstamo de \$ 2.300 a 4 años de plazo, con una tasa de interés del 14,2% anual capitalizable semestralmente, ¿qué monto debe pagar a la fecha de vencimiento y qué interés? **Rta: VF=\$ 3.981,47 I=\$ 1.681,47**

VA	\$ 2.300	
NPER	4	años
j	14,2%	C.S.
m	2	
TASA	7,1%	semestral
NPER	8	semestres
VF	\$ 3.981,47	
I	\$ 1.681,47	

13. Nicolás debe pagar en 18 meses la suma de \$ 2.000.000. ¿Cuál debe ser el valor del depósito que se haga hoy en una cuenta que paga el 8% efectivo trimestral para poder retirar esa suma? **Rta: \$ 1.260.339,25**

<b>VF</b>	\$ 2.000.000	
<b>NPER</b>	18	meses
<b>NPER</b>	6	trimestres
<b>TASA</b>	8%	trimestral
<b>m</b>	4	
<b>VA</b>	\$ 1.260.339,25	

14. ¿Cuánto debe invertir al 4,5% trimestral capitalizable por trimestre para tener \$50,000 en 9 meses? Elija entre las opciones la alternativa correcta.

a) \$ 43.025,32 b) \$ 42.983,41 c) \$ 43.814,83 d) \$ 44.251,36

<b>VF</b>	\$ 50.000	
<b>NPER</b>	9	meses
<b>NPER</b>	3	trimestres
<b>j</b>	18%	C.T
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	4,5%	Trimestral
<b>VA</b>	\$ 43.814,83	

15. ¿Cuánto debe invertirse ahora al 13,3% anual capitalizable por semanas para disponer de \$70.500 en 15 meses? Elija entre las opciones la alternativa correcta.

a) \$ 59.715,56 b) \$ 60.302,49 c) \$ 59.093,05 d) \$ 61.649,63

<b>VF</b>	\$ 70.500	
<b>NPER</b>	15	meses
<b>NPER</b>	60	semanas
<b>j</b>	13%	C.X SEMANAS
<b>m</b>	48	
<b>TASA</b>	0,28%	semanal
<b>VA</b>	\$ 59.715,56	

16. ¿Cuánto dinero gana una persona que invierte \$750,000 en una cuenta que bonifica intereses del 11.4% anual capitalizable por meses? Suponga un año y medio de plazo. Elija entre las opciones la alternativa correcta.

a) \$ 111.436,08 b) \$ 129.343,53 c) \$ 139.150,10 d) \$ 139.125,12

VA	\$ 750.000	
NPER	18	meses
j	11,4%	C.M
m	12	
TASA	0,95%	mensual
VF	\$ 889.150,10	
I = VF - VA	\$ 139.150,10	

17. Calcule el monto y el interés compuesto al cabo de 6 meses de 60.000, invertidos al 28,8% anual capitalizable cada mes. **Rta: \$ 69.175,29; \$9.175,29**

VA	\$ 60.000	
NPER	6	Meses
j	28,80%	C.M
m	12	
TASA	2,40%	Mensual
VF	\$ 69.175,29	
I	\$ 9.175,29	

18. Se invierten \$20.000 a 1,12% mensual de interés compuesto cada mes, por tres años y cuatro meses. ¿Cuál es la cantidad acumulada al término de ese tiempo? ¿A cuánto asciende el interés ganado? **Rta: VF=\$ 31.225,72; I=\$ 11.225,72**

VA	\$ 20.000	
NPER	40	meses
j	1,12%	M.C.M
j	13,44%	C.M
m	12	
TASA	1,12%	mensual
VF	\$ 31.225,72	
I	\$ 11.225,72	

19. En las cuentas de ahorro, el banco LUNALTAM, ofrece una tasa de interés anual de 5,6% capitalizable diariamente. Si se invierten \$ 22.000 dólares el 4 de enero del 2002, ¿Cuál fue el valor futuro el 19 de noviembre del 2003? Utilice el año real. **Rta: \$24.434,03**

<b>VA</b>	\$ 22.000	
<b>j</b>	5,60%	C.D
<b>m</b>	365	
<b>TASA</b>	0,015%	diaria
<b>F.F</b>	19-nov-03	
<b>F.I</b>	4-ene-02	
<b>NPER</b>	684	días
<b>VF</b>	\$ 24.434,03	

20. Cuánto se debe depositar al banco si se desea obtener \$ 8.500 dentro de 14,5 meses a una tasa del 13,8% capitalizable semestralmente. **Rta: \$7.234,18**

<b>VF</b>	\$ 8.500	
<b>NPER</b>	14,5	meses
<b>NPER</b>	2,42	semestres
<b>j</b>	13,80%	C.S
<b>m</b>	2	
<b>TASA</b>	6,90%	semestral
<b>VA</b>	\$ 7.234,18	

21. Matías desea construir una vivienda que tiene un costo de \$ 85.000 y cuya condición es pagar el 40% al momento de suscribir el contrato de construcción y el saldo dentro de 15 meses a la conclusión y entrega de la vivienda ¿Cuánto debe depositar Matías en el banco en este momento para garantizar el pago, si la tasa de interés es del 20,5% capitalizable bimensualmente? **Rta: \$ 39.514,35**

<b>DEUDA</b>	\$ 85.000	
<b>PAGA EL 40%</b>	\$ 34.000	
<b>VF</b>	\$ 51.000	
<b>NPER</b>	15	Meses
<b>NPER</b>	30	Bimensual
<b>j</b>	20,50%	C.B
<b>m</b>	24	
<b>TASA</b>	0,85%	Bimestral
<b>VA</b>	\$ 39.514,35	

22. ¿Cuánto dinero tendrá María José el 15 de octubre en su cuenta, que abrió con \$ 840 el 12 de agosto y el 7 de septiembre depositó otros \$ 520? Los intereses que le bonifican son del 5.46% anual capitalizables por días. Elija entre las opciones la alternativa correcta.

- a) \$ 1.360,85 b) \$ 1.380,89 c) \$ 1.371,20 d) \$ 1.364,23

<b>SALDO</b>	VA	\$ 840	
	J	5,46%	C.D
	M	360	
	TASA	0,015%	DIARIA
	F.F	7-sep	
	F.I	12-ago	
	NPER	26	días
<b>SALDO</b>	VF	\$ 843,32	
<b>DEPOSITO</b>		520	
<b>SALDO</b>		\$ 1.363,32	
	F.F	15-oct	
	F.I	7-sep	
	NPER	38	días
	TASA	0,015%	DIARIA
<b>SALDO</b>	VF1	\$ 1.371,20	

## 2.6 Cálculo de la tasa de interés compuesto tiempo

Las fórmulas para su aplicación se deducen de las fórmulas para encontrar el monto, despejadas nos dan:

$$n = \frac{\log \left( \frac{VF}{VA} \right)}{\log (1 + i)} \quad (28) ; \quad i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1 \quad (29)$$

Recuerde que para el tiempo si la tasa está en meses el tiempo se registrara en meses, análogamente ocurre para los diferentes tiempos planteados.

Para la tasa; si el tiempo está en trimestres la tasa será trimestral, etc.

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 3

### Tiempo y tasa de interés

1. ¿A cuánto tiempo \$ 4.346 es equivalente a \$ 2.500 hoy, sabiendo que el interés que gana el dinero es del 1,8% mensual? **Rta: 31 meses.**

VF	\$ 4.346	
VA	\$ 2.500	
TASA	1,80%	mensual
NPER	31	meses

2. Hace un año se hizo un depósito de \$ 3.500 en una corporación y hoy el saldo en dicha cuenta es de \$ 4.200. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que reconoce la corporación? **Rta: 1,53% mensual.**

VA	\$ 3.500	
VF	\$ 4.200	
NPER	12	meses
TASA	1,53%	mensual

3. Felipe invierte hoy la suma de \$ 10.000 y espera acumular al finalizar el año \$ 13.000. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que reconoce la institución? **Rta: 2,21% mensual.**

VA	\$ 10.000	
VF	\$ 13.000	
NPER	12	meses
TASA	2,21%	mensual

4. Hallar la tasa nominal convertible semestralmente, a la cual \$ 1.900 se convierten en \$ 4.600, en 6 años. **Rta: 15,29 %**

VF	\$ 4.600	
VA	\$ 1.900	
NPER	6	años
i	7,65%	SEMESTRAL
m	2	
j	15,29%	C.S

$$i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1$$

$$i_A = \sqrt[6]{\frac{4.600}{1.900}} - 1 = 15,88\% \text{ Anual}$$

$$(1 + i_A)^A = (1 + i_s)^S$$

$i_A = \text{interés efectivo anual}$

$i_s = \text{interés efectivo semestral}$

$j_s = \text{interés capitalizable por semestres}$

$$(1 + i_A)^A = (1 + \frac{j_s}{s})^S$$

Sustituyendo datos se tiene:

$$(1 + 15,88\%)^1 = (1 + \frac{j_s}{2})^2$$

Despejando la incógnita:

$$j_s = \left[ (1 + 15,88\%)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] * 2$$

$$j_s = 15,29\% \text{ C.S.}$$

5. ¿En cuánto tiempo un capital crece 15% si se invierte al 0,35% semanal capitalizable por semana? **Rta: 40 semanas.**

VF	\$ 115	
VA	\$ 100	
j	0,35%	Semanal C. X semanas
j	16,80%	C. X semanas
m	48	
TASA	0,35%	SEMANTAL
NPER	40	Semanas

6. ¿En cuánto tiempo se duplicará una inversión de \$1000 si se considera una tasa de interés a) de 36% anual convertible mensualmente, y b) de 24% anual también convertible mensualmente? **Rta: a) n=23,45 meses**  
**b) n=35 meses**

VF	\$ 2.000		VF	\$ 2.000	
VA	\$ 1.000		VA	\$ 1.000	
j	36%	C.M	j	24%	C.M
m	12		m	12	
TASA	3%	mensual	i	2%	mensual
NPER	23,45	meses	NPER	35	meses

7. ¿A qué tasa de interés se deben depositar \$15 000 para disponer de \$50 000 en un plazo de 5 años? Considere que los intereses se capitalizan: a) semestralmente b) trimestralmente c) mensualmente. **Rta: a) 12,79% semestral (25,58% anual nominal) b) 6,20% trimestral c) 2,03% mensual.**

VF	\$ 50.000		VF	\$ 50.000		VF	\$ 50.000	
VA	\$ 15.000		VA	\$ 15.000		VA	\$ 15.000	
n	5	años	n	5	años	n	5	años
NPER	10	semestres	NPER	20	trimestres	NPER	60	meses
TASA	12,79%	semestral	TASA	6,20%	trimestral	TASA	2,03%	Mensual

8. Convertir el 16% A. B. V. en efectiva periódica bimestral. **Rta: 2,69% bimestral.**

j	16%	C.Q.
m	24	
TASA	0,67%	bimestral
m	6	
m1	24	
TASA	2,69%	bimestral

9. Convertir el 2% mensual en efectiva periódica semestral. **Rta: 12,62% Semestral.**

i	2%	mensual
m	12	
m1	2	
TASA	12,62%	semestral

10. Convertir el 3% bimestral en efectiva periódica trimestral. **Rta: 4,53% Trimestral**

i	3%	bimestral
m	6	
m1	4	
TASA	4,53%	trimestral

11. Se tiene una tasa nominal del 6% bimestral capitalizable mensualmente. Calcule la tasa bimestral efectiva. **Rta: 6,09% Bimestral.**

j	6%	B.C.M
j	36%	C.M
m	12	
i	3%	
m	6	
TASA	6,09%	Bimestral

12. ¿Cuál es la tasa efectiva de interés que se recibe de un depósito bancario de \$ 1.000 pactado a 4,8% de interés anual convertible mensualmente?  
**Rta: 4,91 %**

VA	\$1.000	
j	4,80%	C.M
m	12	
TASA	4,91%	MENSUAL

Utilizando Excel

Con Excel se puede determinar el valor de la siguiente manera:

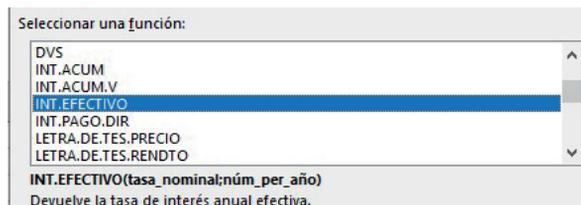
- a) Buscamos las funciones de Excel



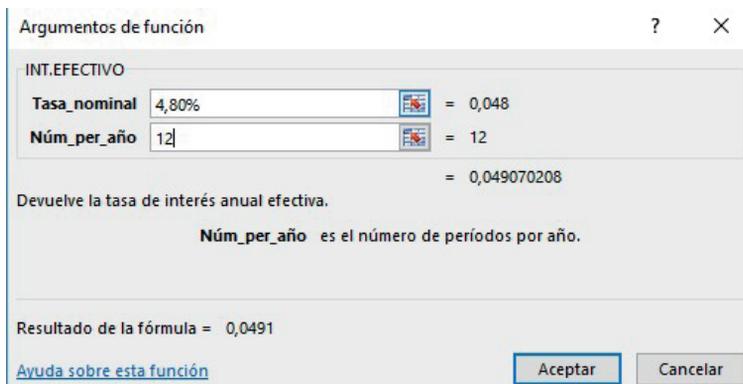
- b) Se elige la opción



- c) Categoría



- d) Se despliega el cuadro y se colocan los datos correspondientes al enunciado del problema, por ejemplo, tasa nominal y número de periodos, Excel devolverá la tasa de interés anual efectiva.



13. ¿Cuál es la tasa efectiva que se paga por un préstamo bancario de \$250.000 que se pactó a 16% de interés anual convertible trimestralmente? **Rta: 16,99 %**

j	16%	C.T
m	4	
TASA	16,99%	Trimestral

14. ¿A qué tasa nominal liquidable mensualmente, una obligación financiera de \$ 50.000 aumentará a \$ 120.000 en tres años? **Rta: 29,54 % nominal mensual.**

VA	\$ 50.000	
VF	\$ 120.000	
NPER	3	Años
TASA	33,89%	efectiva anual
j	29,54%	nominal mensual

15. ¿A qué tasa nominal convertible trimestralmente un capital de \$ 30.000 crecerá hasta \$100.000 en 5 años? **Rta: 24,82%**

VA	\$ 30.000	
VF	\$ 100.000	
NPER	5	Años
i	27,23%	efectiva anual
j	24,82%	nominal CT

16. Se desea duplicar un capital en un año. Si la capitalización se lleva a cabo cada quincena, ¿A qué tasa de interés debe invertirse? **Rta: 2,93% quincenal.**

VA	1	
VF	2	
m	24	quincenal
i	2,93%	efectiva quincenal

17. Un socio de una empresa que aportó \$ 25.000.000, al finalizar el quinto año se retiró de la sociedad; llegando a un acuerdo con los demás socios le entregaron \$ 72.000.000. ¿Qué rendimiento anual obtuvo de su inversión en esa empresa?. **Rta: 23,56% anual.**

VA	\$ 25.000.000	
VF	\$ 72.000.000	
NPER	5	año
TASA	23,56%	efectiva anual

18. Una empresa adquiere un préstamo por \$ 20.000.000 al 2,5% mensual y firmó un pagaré por \$ 48.650.706,31. ¿Qué plazo le concedieron para cancelar la deuda y los intereses? **Rta: 36 meses.**

VA	\$ 20.000.000	
VF	\$ 48.650.706,31	
TASA	2,50%	mensual
NPER	36	meses

19. La población de una ciudad ha venido creciendo al 2,5% anual, actualmente es de 4.500.000, en cuánto tiempo se duplicará si sigue creciendo al mismo ritmo? **Rta: 28,07 años.**

VA	\$ 4.500.000	
VF	\$ 9.500.000	
TASA	2,50%	anual
NPER	28,07	años

20. Qué tiempo es necesario para que \$ 3.600.000 se conviertan en \$ 8.921.650, a una tasa semestral del 9.5%. **Rta: 10 semestres.**

VA	\$ 3.600.000	
VF	\$ 8.921.650	
TASA	9,50%	semestral
NPER	10	semestres

21. Una persona deposita \$ 3.270.000 en una cuenta de ahorros que paga el 0,137% semanal. ¿En qué tiempo se tendrá un monto de \$ 4.300.940? **Rta: 200 semanas.**

VA	\$ 3.270.000	
VF	\$4.300.000,00	
TASA	0,14%	semanal
NPER	200	semanas

22. Santiago es el beneficiario de un fideicomiso establecido para él por sus padres, cuando nació. Si la cantidad original ahorrada fue de \$ 1.200.000 y actualmente el monto es de \$ 30.710.000, ¿Qué edad tiene actualmente Santiago? El dinero gana un interés del 2.1% mensual? **Rta: 13 años.**

VA	\$ 1.200.000	
VF	\$ 30.710.000	
TASA	2,10%	mensual
NPER	156,0	meses
n	13	años

23. ¿Con qué tasa anual compuesta por semanas aproximada se duplica un capital en 5 años? **Rta: 13,88 %**

VA	1	
VF	2	
NPER	5,00	años
NPER	240,00	semanas
TASA	0,29%	semanal
j	13,88%	C. X SEMANAS

## 2.6 Ecuaciones equivalentes con interés compuesto

Muchas veces, en el campo financiero toca realizar préstamos, para mejorar la liquidez de la empresa, e inyectar capital al patrimonio, en ese entorno la organización puede tener algunas cuentas pendientes a pagar en los meses posteriores, pero ¿qué se puede hacer cuando el dinero no se ha recaudado de la forma en la que se planificó?

Muchas de las veces el empresario renegocia la deuda, y, para esto se necesita conocer el proceso de las Ecuaciones Equivalentes, cuyo fin es estructurar un conjunto de obligaciones anteriores por otras nuevas, y que las partes acepten esta nueva negociación.

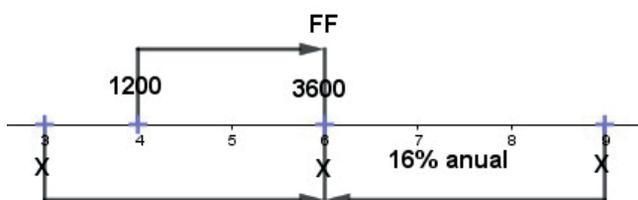
El procedimiento a seguir es el mismo que se utilizó para el interés simple la diferencia radica que se puede colocar la fecha focal en cualquier tiempo que se elija, teniendo presente que las respuestas no varían.

Ejemplo:

Una empresa hotelera tiene dos deudas con la banca, una de 1.200 dólares pagadero en 4 meses, otra de 3.600 dólares a pagar en dos meses después de la primera. La renegociación que realiza la empresa consiste en pagar tres abonos iguales a los 3; 6 y 9 meses a partir de ese momento, si la tasa que cobra la banca es de 16% anual. ¿Cuál sería el valor de los pagos iguales?

Procedimiento:

- 1) Graficamos la situación a través de una línea de tiempo donde las deudas las ubicaremos encima de la recta y los pagos por debajo.



- 2) Se escoge la fecha focal más conveniente, para el ejemplo en particular será a los 6 meses, pues esta fecha tiene dos valores, los cuales se mantienen sin cambios.
- 3) Llevamos los valores del dinero (deudas) a fecha focal

$$1.200 * (1 + 16\%)^{\frac{2}{12}} + 3600$$

- 4) Llevamos los valores del dinero (pagos) a fecha focal

$$X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X + X/(1 + 16\%)^{3/12}$$

- 5) Formamos la ecuación  $\sum deudas = \sum pagos$

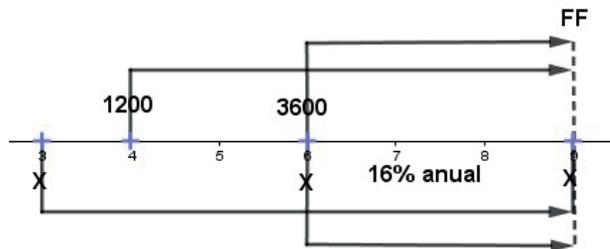
$$1.200 * (1 + 16\%)^{\frac{2}{12}} + 3600 = X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X + X/(1 + 16\%)^{3/12}$$

6) Resolviendo se tiene

$$4.830,05 = 3,001377 X$$

$X = 1.609,28$  valor de los pagos iguales

Ahora cambiamos la fecha focal para demostrar que no tiene influencia en la respuesta



Llevamos los valores del dinero (deudas) a fecha focal al noveno mes

$$\sum \text{deudas} = 1.200 * (1 + 16\%)^{\frac{5}{12}} + 3.600 * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}}$$

Llevamos los valores del dinero (pagos) a fecha focal al noveno mes

$$\sum \text{pagos} = X * (1 + 16\%)^{\frac{6}{12}} + X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X$$

Formamos la ecuación  $\sum \text{deudas} = \sum \text{pagos}$

$$1.200 * (1 + 16\%)^{\frac{5}{12}} + 3.600 * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} = X * (1 + 16\%)^{\frac{6}{12}} + X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X$$

Resolviendo se tiene

$$5.012,64 = 3,11 X$$

$X = 1.609,28$  valor de los pagos iguales

**Ejemplo:**

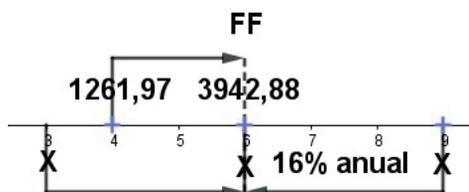
Una empresa hotelera tiene dos deudas con la banca, una de 1.200 dólares pagadero en 4 meses, cuyo interés es del 8% semestral otra de 3.600 dólares a pagar en dos meses después de la primera al 3,2% bimestral. La renegociación que realiza la empresa consiste en pagar tres abonos iguales a los 3, 6 y 9 meses a partir de ese momento, si la tasa que cobra la banca es de 16% anual. ¿Cuál sería el valor de los pagos iguales?

Como podrá ver el lector, el enunciado del problema es casi similar al ejemplo anterior, la diferencia esta que las deudas en este caso generan un interés inicial, por lo que la deuda tiene un paso inicial al propuesto anteriormente.

**Solución:**

Primero calculamos el valor de las deudas que están con interés, y las ubicamos en la línea del tiempo.

<b>VA</b>	\$ 1.200		<b>VA</b>	\$ 3.600	
<b>NPER</b>	4	meses	<b>NPER</b>	6	meses
<b>i</b>	8%	semestral	<b>i</b>	3,20%	bimestral
<b>TASA</b>	0,0129	mensual	<b>TASA</b>	0,01587	mensual
<b>I</b>	\$ 61,97		<b>I</b>	\$ 342,88	
<b>VF</b>	\$ 1.261,97		<b>VF</b>	\$ 3.942,88	



Note que la tasa periódica mensual se obtuvo del equivalente al 8% semestral de la siguiente manera:

$$i = (1 + 8\%)^{2/12} - 1 = 0,01290946 \text{ mensual}$$

De la misma manera, la tasa del 3,20% bimestral

$$i = (1 + 3,2\%)^{6/12} - 1 = 0,0158 \text{ mensual}$$

Ahora se realiza el proceso indicado en el ejemplo anterior

Llevamos los valores del dinero (deudas) a fecha focal

$$\sum \text{deudas} = 1.261,97 * (1 + 16\%)^{\frac{2}{12}} + 3.942,88$$

Llevamos los valores del dinero (pagos) a fecha focal

$$\sum \text{pagos} = X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X + X/(1 + 16\%)^{3/12}$$

Formamos la ecuación  $\sum \text{deudas} = \sum \text{pagos}$

$$1.261,97 * (1 + 16\%)^{\frac{2}{12}} + 3.942,88 = X * (1 + 16\%)^{\frac{3}{12}} + X + X/(1 + 16\%)^{\frac{3}{12}}$$

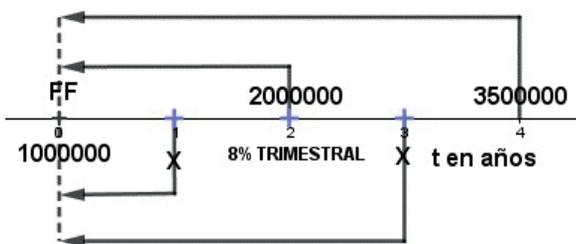
Resolviendo se tiene el monto de la deuda en la fecha focal

$$5.237,43 = 3,001377 X$$

$$X = 1.745 \text{ valor de los pagos iguales}$$

### GESTIÓN DE APRENDIZAJE 4

1. Una deuda de \$ 2.000.000 que vence en 2 años y otra de \$ 3.500.000 que vence en 4 años se van a pagar mediante un abono de \$ 1.000.000 realizado en este momento y dos pagos iguales que se harán dentro de un año y dentro de tres años, respectivamente. Si el rendimiento del dinero es 8% trimestral, ¿De cuánto debe ser cada uno de los dos pagos? **Rta: \$973.511,13**



DEUDAS					
<b>VF</b>	\$ 2.000.000,00	Años	<b>VF</b>	\$ 3.500.000,00	años
<b>n</b>	2		<b>n</b>	4	
<b>NPER</b>	8	trimestres	<b>NPER</b>	16	trimestres
<b>TASA</b>	8%	Trimestral	<b>TASA</b>	8%	trimestral
<b>VA</b>	\$ 1.080.537,77		<b>VA</b>	\$ 1.021.616,64	

<b>SUMATORIA DE DEUDAS</b>	\$ 2.102.154,41
----------------------------	-----------------

PAGOS							
<b>VF</b>	1	X	<b>VF</b>	1	X	<b>VF</b>	1000000
<b>n</b>	1	años	<b>n</b>	3	años	<b>n</b>	0
<b>n</b>	4	trimestres	<b>n</b>	12	trimestres	<b>n</b>	0
<b>i</b>	8%	trimestral	<b>i</b>	8%	trimestral	<b>i</b>	8%
<b>VA</b>	0,735	X	<b>VA</b>	0,397	X	<b>VA</b>	1000000

<b>SUMATORIA DE PAGOS</b>	1,13	X
		\$ 1.000.000,00
<b>CADA PAGO SERA DE:</b>		\$ 973.511,13

$$\sum DEUDAS = \sum PAGOS$$

$$\$ 2.102.154,41 = 1,13 x + \$ 1.000.000$$

$$\$ 2.102.154,41 - \$ 1.000.000 = 1.13 x$$

$$x = \$ 973.511,13$$

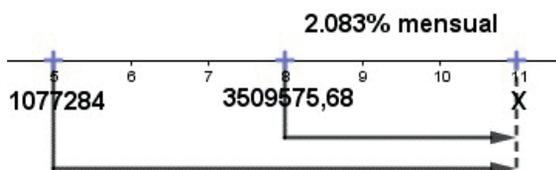
2. Kleber le debe a William dos sumas de dinero: \$ 1.000.000 más intereses al 1,5% mensual, que vence en 5 meses y \$ 3.000.000 más intereses al 4% bimestral con vencimiento a 8 meses, si se va a pagar ambas deudas mediante un solo pago al final del mes 11, obtener la cantidad que debe pagarse si la tasa de interés de la operación es 2,083% mensual. Tómese como fecha focal el mes 11. **Rta: \$ 4.952.621,16**

<b>VA</b>	\$ 1.000.000,00
<b>TASA</b>	1,5%
<b>NPER</b>	5
<b>VF</b>	\$ 1.077.284,00

mensual  
meses

<b>VA</b>	\$ 3.000.000,00
<b>TASA</b>	4%
<b>NPER</b>	4
<b>VF</b>	\$ 3.509.575,68

bimestral  
bimestres



<b>VA</b>	\$ 1.077.284,00
<b>TASA</b>	0,02083
<b>NPER</b>	6
<b>VF</b>	\$ 1.219.132,08

mensual  
meses

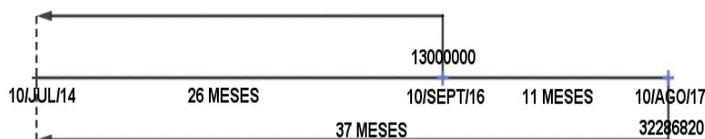
<b>VA</b>	\$ 3.509.575,68
<b>TASA</b>	0,02083
<b>NPER</b>	3
<b>VF</b>	\$ 3.733.489,08
<b>CANTIDAD A PAGAR</b>	

mensual  
meses

**\$ 4.952.621,16**

3. El saldo de una cuenta en el banco era \$ 32.286.820 el 10 de agosto de 2017. La cuenta fue abierta el 10 de julio de 2014 y el 10 de septiembre

de 2016, se realizó un depósito de \$ 13.000.000. ¿Cuál fue el capital originalmente depositado, sabiendo que la tasa de interés fue 3,2% mensual? **Rta:\$4.334.914.44**



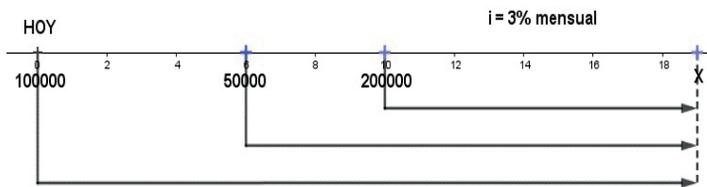
<b>VF</b>	\$ 32.286.820,00	
<b>NPER</b>	11	meses
<b>TASA</b>	3,20%	mensual
<b>VA1</b>	\$ 22.832.244,28	
<b>retiro</b>	13000000	
<b>VF</b>	\$ 9.832.244,28	
<b>NPER</b>	26	meses
<b>TASA</b>	0,032	mensual
<b>VA</b>	\$ 4.334.914,44	

A modo de comprobación llevaremos los dineros al 10 de julio de 2014.

<b>VF</b>	\$ 32.286.820,00	
<b>NPER</b>	37	meses
<b>TASA</b>	0,032	mensual
<b>VA1</b>	\$ 10.066.453,06	

<b>VF</b>	\$ 13.000.000,00	
<b>NPER</b>	26	meses
<b>TASA</b>	0,032	mensual
<b>VA2</b>	\$ 5.731.538,62	
<b>VA1 - VA2</b>	\$ 4.334.914,44	

- Si depositamos hoy \$ 100.000, dentro de 6 meses \$ 50.000 y 4 meses después de realizado el anterior depósito; \$ 200.000, ¿Cuánto se tendrá acumulado 19 meses después de efectuado el primer depósito si se reconoce el 3% mensual? **Rta: \$ 509.731,93**



VA	\$ 100.000
NPER	19
TASA	3%
VF	\$ 175.350,61

meses  
mensual

VA	\$ 50.000
NPER	13
TASA	3%
VF	\$ 73.426,69

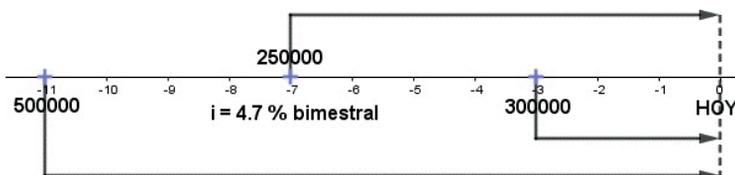
meses  
mensual

VA	\$ 200.000
NPER	9
TASA	3%
VF	\$ 260.954,64

meses  
mensual

se tiene acumulado \$ 509.731,93

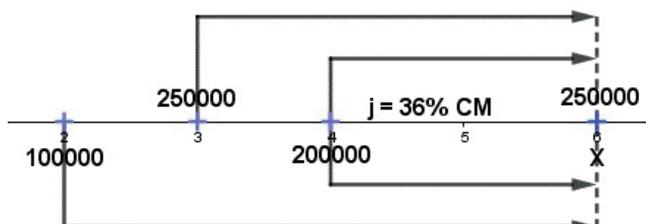
5. Hace 11 meses deposité \$ 500.000 y, 4 meses después retire \$ 250.000. ¿Cuánto tendré acumulado hoy si hace tres meses deposité \$ 300.000 y el interés que reconoce es del 4,7% bimestral? **Rta: \$ 671.488,38**



DEPOSITOS					
VA	\$ 500.000	bimestres BIMESTRAL	VA	\$ 300.000	bimestres BIMESTRAL
NPER	5,5		NPER	1,5	
TASA	4,70%		TASA	4,70%	
VF	\$ 643.689,99		VF	\$ 321.396,60	

RETIRO	
VA	\$ 250.000
NPER	3,5
TASA	4,70%
VF	\$ 293.598,20
acumulado hoy	
\$ 671.488,38	

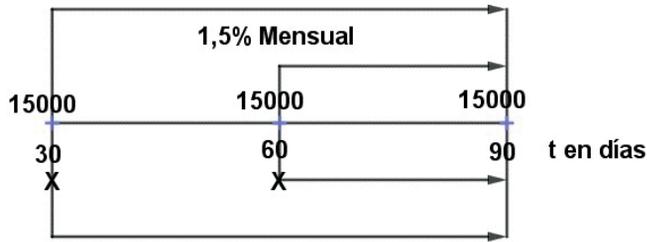
6. Una empresa tiene una deuda bancaria de \$ 500.000 pagadera en dos abonos de \$ 250.000 cada uno, a 3 y 6 meses. Desea liquidarla en 3 pagos bimestrales; si el primero es de \$ 100.000 y el segundo es de \$ 200.000, ¿cuánto importará el tercero considerando una tasa de 36% anual convertible mensualmente? **Rta. \$ 198.450,87**



DEUDAS					
VA	\$ 250.000	meses C.M. mensual	VA	\$ 250.000	meses C.M. mensual
NPER	3		NPER	0	
TASA	36%		TASA	36%	
VF	12		VF	12	
	3%			3%	
VF	\$ 273.181,75		VF	\$ 250.000	
					Suma de deudas
					\$ 523.181,75

PAGOS					
VA	\$ 100.000	meses C.M. mensual	VA	\$ 200.000	meses C.M. mensual
NPER	4		NPER	2	
j	36%		j	36%	
m	12		m	12	
TASA	3%		TASA	0,03	
VF	\$ 112.550,881		VF	\$ 212.180	
					Suma de Pagos
					\$ 324.730,881
					PAGO
					\$ 198.450,87

7. Para comprar un automóvil se suscriben tres documentos de \$15.000 a pagar a 30, 60 y 90 días. Se decide liquidar la deuda con dos pagos iguales a 30 y 60 días considerando una tasa de interés de 1,5% mensual. ¿Cuál es el importe de cada pago? **Rta. \$22.334,16**



DEUDAS							
VA	\$ 15.000		VA	\$ 15.000		VA	\$ 15.000
TIEMPO	60	días	TIEMPO	30	días	TIEMPO	0
TASA	1,50%	mensual	TASA	1,50%	mensual	TASA	1,50%
NPER	2	meses	NPER	1	meses	NPER	0
VF	\$ 15.453,38		VF	\$ 15.225		VF	\$ 15.000
						TOTAL DEUDAS	\$45.678,3

PAGOS					
VA	1	X	VA	1	X
TIEMPO	60	días	TIEMPO	30	días
TASA	1,50%	mensual	TASA	1,50%	mensual
NPER	2	meses	NPER	1	meses
VF	1,03	X	VF	1,02	X
				TOTAL PAGOS	2,05 X
				IMPORTE DE CADA PAGO	\$22.334,16

8. En la compra de un televisor con valor de \$ 3.000,00 se pagan \$ 1.500 al contado y se firma un documento por la diferencia a pagar en 6 meses con un interés de 2% mensual. ¿Cuál es el importe del documento? **Rta: \$1.689,24**

VA	\$ 1.500	
NPER	6	MESES
TASA	2%	MENSUAL
VF	\$ 1.689,24	

9. Un documento con valor de \$ 180.000 debe liquidarse en un plazo de 3 años y medio. Considere una tasa de interés de 22% capitalizable trimestralmente. Determine los valores equivalentes si la deuda se liquida:  
 a) en un año **Rta: \$ 105.377,50** b) en 4 años. **Rta: \$ 200.344,50**

<b>VF</b>	\$ 180.000		<b>VA</b>	\$ 180.000	
<b>j</b>	22%	CT	<b>j</b>	22%	CT
<b>m</b>	4		<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	23,88%	Anual	<b>TASA</b>	23,88%	Anual
<b>NPER</b>	2,5	Años	<b>NPER</b>	0,5	Años
<b>VA</b>	\$ 105.377,50		<b>VF</b>	\$ 200.344,50	

10. Una persona contrae una deuda que debe liquidar mediante un pago de \$ 30.000 a 6 meses y otro de \$ 50.000 en un año y medio. ¿Qué cantidad debe pagar para liquidar la deuda en un solo pago en los siguientes escenarios?:  
 a) en este momento b) en un año c) en un año y medio La tasa de interes vigente es de 20% convertible mensualmente. **a) Rta: \$64.300,11** b) **Rta: \$ 78.406,98** c) **Rta: \$ 86.581,73**

<b>VF</b>	\$ 30.000		<b>VF</b>	\$ 50.000	
<b>NPER</b>	6	MESES	<b>NPER</b>	18	MESES
<b>j</b>	20%	C.M.	<b>j</b>	20%	C.M.
<b>m</b>	12		<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,67%	mensual	<b>TASA</b>	1,67%	mensual
<b>VA</b>	\$ 27.167,50		<b>VA</b>	\$ 37.132,61	En este momento debe cancelar \$ 64.300,11

<b>VA</b>	\$ 30.000		<b>VF</b>	\$ 50.000	
<b>NPER</b>	6	MESES	<b>NPER</b>	6	MESES
<b>j</b>	20%	CM	<b>j</b>	20%	CM
<b>m</b>	12		<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,67%	mensual	<b>TASA</b>	1,67%	mensual
<b>VF</b>	\$ 33.127,81		<b>VA</b>	\$ 45.279,17	En un año debe cancelar: \$ 78.406,99

VA	\$ 30.000		VF	\$ 50.000		
NPER	12	MESES	NPER	0	MESES	
j	20%	CM	j	20%	CM	
m	12		m	12		
TASA	1,67%	mensual	TASA	1,67%	mensual	
VF	\$ 36.581,73		VA	\$ 50.000,00	En un año y medio:	\$ 86.581,73

11. María debe \$ 15.000 a pagar en un año. Abona \$ 2.000 al cabo de 3 meses y \$ 3.000 a los 6 meses. Qué cantidad debe entregar a los 9 meses para liquidar la deuda si se considera un interés de 1,5% mensual? **Rta: \$9.020,83**

PAGOS							
VA	\$ 2.000		VA	\$ 3.000		VA	\$ 15.000
NPER	6	Meses	NPER	3	meses	NPER	0
TASA	1,50%	Mensual	TASA	1,50%	mensual	TASA	1,50%
VF	\$ 2.186,89		VF	\$ 3.137,04		NPER	0

DEUDA		
VF	\$ 15.000	
NPER	3	Meses
TASA	1,50%	Mensual
VA	\$ 14.344,75	
		<b>La cantidad a pagar es: \$ 9.020,83</b>

12. Un pagaré de \$ 8.000 pagadero dentro de dos años y otro de \$ 10.000 pagaderos dentro de 5 años van a liquidarse en un pago único dentro de 3 ½ años. Hallar el valor del pago único a la tasa del 9% convertible semestralmente. **Rta: \$ 17.892,30**

<b>VA</b>	\$ 8.000		<b>VF</b>	\$ 10.000		<b>años</b>	<b>semestres</b>
<b>TIEMPO</b>	1,5	Años	<b>TIEMPO</b>	1,5	años	1	2
<b>j</b>	9%	CS	<b>j</b>	9%	CS	1,5	X
<b>m</b>	2		<b>m</b>	2			
<b>TASA</b>	4,50%	semestral	<b>TASA</b>	4,50%	semestral		
<b>NPER</b>	3	semestres	<b>NPER</b>	3	semestres		
<b>VF</b>	\$ 9.129,33		<b>VA</b>	\$ 8.762,97	pago único dentro de 3,5 años	\$17.892,30	

13. ¿Cuánto debe invertir al 4.5% trimestral capitalizable por trimestre para tener \$ 50,000 en 9 meses?. Seleccione la respuesta correcta entre las siguientes alternativas:

- a) \$ 43.312,28 b) \$ 45.222,15 c) \$ 43.814,83 d) \$ 44.759,26

<b>VF</b>	\$ 50.000	
<b>TIEMPO</b>	9	Meses
<b>j</b>	18%	CT
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	4,50%	Trimestral
<b>NPER</b>	3	Trimestres
<b>VA</b>	\$ 43.814,83	

14. ¿Cuánto dinero tendrá David el 12 de noviembre en su cuenta, que abrió con \$ 21.000 el 5 de junio y el 1 de agosto depositó otros \$ 15.000? Los intereses que le bonifican son del 9,63% anual capitalizables por días. Seleccione la respuesta correcta entre las siguientes alternativas:

- a) \$ 37.337,16 b) \$ 36.968,19 c) \$ 37.098,43 d) \$ 37.296,40 e) Otra

<b>VA</b>	\$ 21.000		1-ago		12-nov	
<b>j</b>	9,63%	CD	5-jun		1-ago	
<b>m</b>	360		57,00	días	103,00	días
<b>TASA</b>	0,03%	Diario				
<b>NPER</b>	57	días				
<b>VF</b>	\$ 21.322,61					
<b>deposita</b>	\$ 15.000					
<b>VA</b>	\$ 36.322,61					
<b>TASA</b>	0,03%	Diario				
<b>NPER</b>	103,00	diario				
<b>VF</b>	\$ 37.337,16					

15. Jonathan compra una lista de útiles escolares con un anticipo y dos abonos mensuales de \$ 2.750 cada uno, el enganche y los abonos. ¿Cuál fue su precio si le cargan intereses del 15,6% anual capitalizable por meses? **Rta: \$ 8.144,58**

<b>VF</b>	\$ 2.750	
<b>NPER</b>	1	mes
<b>j</b>	15,60%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,30%	mensual
<b>VA</b>	\$ 2.714,71	

<b>VF</b>	\$ 2.750	
<b>NPER</b>	2	mes
<b>j</b>	15,60%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,30%	mensual
<b>VA</b>	\$ 2.679,87	

<b>VF</b>	\$ 2.750	
<b>NPER</b>	0	mes
<b>j</b>	15,60%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,30%	mensual
<b>VA</b>	\$ 2.750,00	

Suma de los VA = PRECIO DE LOS UTILES

El precio fue de: \$ 8.144,58

16. ¿Cuánto dinero gana una persona que invierte \$ 750,000 en una cuenta que bonifica intereses del 11.4% anual capitalizable por meses? Suponga un año y medio de plazo. **Rta: \$ 139.150,10**

<b>VA</b>	750.000	
<b>j</b>	11,40%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,95%	mensual
<b>NPER</b>	18	meses
<b>VF</b>	\$ 889.150,10	
<b>I</b>	\$ 139.150,10	

La persona gana: \$ 139.150,10

17. Fanny Isabel invierte ahora \$ 25,000. ¿Cuánto acumula en un semestre, si su inversión reditúa el 1.4% mensual capitalizable por meses? **Rta. \$27.174,89**

<b>VA</b>	\$ 25.000	
<b>NPER</b>	6	meses
<b>j</b>	1,40%	mensual CM
<b>j</b>	0,168	anual CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,40%	mensual
<b>VF</b>	\$ 27.174,89	

### 2.7 Descuento compuesto

El descuento compuesto, al igual que el descuento simple, es la diferencia entre el valor futuro y el valor actual de un documento, deuda, etc.

Puede calcularse de dos maneras: Utilizando la fórmula del descuento matemático o el descuento bancario.

Descuento compuesto

Esta fórmula se da a través de: Descuento = valor futuro – valor actual

$$D = VF - VA \quad (30)$$

Reemplazando la fórmula 26

$$D = VF - \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Obteniendo de factor común VF da

$$D = VF \left[ 1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (31)$$

Expresando de otra manera se tiene

$$D = VF[1 - (1 + i)^{-n}]$$

Nota: el monto se considera como el valor nominal del documento (capital de la deuda)

Descuento bancario compuesto

$$D = VF[1 - (1 - d)^n] \quad (32)$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 5

1. Calcule el descuento compuesto matemático y el descuento compuesto bancario de un documento cuyo monto al final de 7 años es de \$ 7.000, si fue descontado 3 años antes de la fecha de su vencimiento con una tasa de interés del 14% efectiva. **Rta: D<sub>m</sub>=\$ 2.275,20; D<sub>b</sub>=\$ 2.547,61**

Descuento matemático

V <sub>n</sub> o M	\$ 7.000	
NPER	3	Años
TASA	14%	Anual
D <sub>m</sub>	\$ 2.275,20	

Descuento comercial o bancario

V <sub>n</sub>	\$ 7.000	
NPER	3	años
d	14%	anual
D <sub>b</sub>	\$ 2.547,61	

$$D_m = M[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$D_b = M[1 - (1 - d)^n]$$

$$D_m = 7.000 [1 - (1 + 14\%)^{-3}]$$

$$D_b = 7.000 [1 - (1 - 14\%)^3]$$

2. Calcule el descuento compuesto matemático y el descuento compuesto bancario de un documento cuyo monto será de \$ 9.000.000, luego de 10 años, si se descontó 3 años antes de su vencimiento a una tasa de interés del 15% efectiva. **Rta: D<sub>m</sub>=\$ 3.082,35; D<sub>b</sub>=\$ 3.472,88**

Descuento matemático

V <sub>n</sub>	\$ 9.000	
NPER	3	años
i	15%	anual
D <sub>cm</sub>	\$ 3.082,35	

descuento comercial o bancario

V <sub>n</sub>	\$ 9.000	
n	3	años
d	15%	anual
D <sub>b</sub>	\$ 3.472,88	

$$D_m = 9.000 [1 - (1 + 15\%)^{-3}]$$

$$D_b = 9.000 [1 - (1 - 15\%)^3]$$

3. Encuentre la fecha de vencimiento de un pagaré cuyo valor nominal es de \$ 28,000, ampara un crédito por \$ 25,800 y tiene cargos del 0,05% diarios. Este pagaré se firmó el 3 de enero.

<b>VF</b>	\$ 28.000,00		
<b>VA</b>	\$ 25.800,00		
<b>TASA</b>	0,0005	diario	
<b>NPER</b>	163,7009481	días	

ene	28
feb	28
mar	31
abr	30
may	31
jun	16

164 días

4. Calcular el descuento matemático de un capital de \$ 4.500.000 por 5 meses a un tipo de descuento del 15%. **Rta: \$ 254.569,39**

<b>Vn</b>	VF	\$ 4.500.000,00	
	n	5	meses
	i	15%	anual
	n	0,42	años
<b>Vt</b>	VA	\$ 4.245.430,61	
	Dm	\$ 254.569,39	

$$D_m = 4500000 [1 - (1 + 15\%)^{-5/12}]$$

5. Los intereses de descontar \$ 3.500.000 a un tipo del 12% ascienden a 420.000. Calcular el plazo de descuento si se ha aplicado el descuento matemático. **Rta: 13,54 meses.**

<b>Vn</b>	VF	\$ 3.500.000,00	
	i	12%	anual
	Dm	\$ 420.000,00	
	n	1,13	años
	n	13,54	meses

De la fórmula:  $D_m = VF[1 - (1 + i)^{-n}]$  se despeja n

$$n = - \frac{\log\left(1 - \frac{D_m}{VF}\right)}{\log(1 + i)} \quad (33)$$

$$n = - \frac{\log\left(1 - \frac{420.000}{3'500.000}\right)}{\log(1 + 12\%)} = 1,13 \text{ años}$$

6. Por un documento con valor de \$ 4,100,000.00 con vencimiento dentro de 4 años, nos han concedido un descuento. Si la tasa de la operación es del 4% anual, ¿cuál será el importe de dicho descuento matemático?. **Rta: Dm= \$ 595.302,82**

<b>Vn</b>	\$ 4.100.000,00	
<b>NPER</b>	4	años
<b>TASA</b>	4%	anual
<b>Dm</b>	\$ 595.302,82	

7. Se quiere saber cuál es el valor del descuento matemático que nos harán por un pagaré de \$ 300,000.00 cuya fecha de vencimiento es a 6 meses a un 16% anual. **Rta: Dm=\$ 21.456,99**

<b>Vn</b>	\$ 300.000,00	
<b>NPER</b>	6	meses
<b>NPER</b>	0,5	años
<b>TASA</b>	16%	anual
<b>Dm</b>	\$ 21.456,99	

8. Calculemos el descuento compuesto de un documento cuyo monto será de \$ 9.000.000, luego de 10 años, si se descontó 3 años antes de su vencimiento a una tasa de interés del 15% efectiva. **Rta: Dm=\$ 3.082,35**

<b>Vn</b>	\$ 9.000	
<b>NPER</b>	3	años
<b>TASA</b>	15%	anual
<b>Dm</b>	\$ 3.082,35	

9. Se tiene que anticipar \$ 15.000 con vencimiento dentro de 3 años. Si el pago lo hacemos el día de hoy. ¿Qué valor tenemos que entregar si la operación es pactada al 22% anual compuesto? ¿Cuánto será el descuento bancario por el pago anticipado? **Rta: Db=\$ 7.881,72**

<b>Vn</b>	\$ 15.000	
<b>d</b>	22%	anual
<b>n</b>	3	años
<b>Db</b>	\$ 7.881,72	

$$D_b = M[1 - (1 - d)^n]$$

$$D_b = 15000 [1 - (1 - 22\%)^3]$$

10. Un documento cuyo valor nominal es de \$ 45.000 y vence dentro de 4 meses, es descontado con descuento racional o matemático al 3% mensual. Calcular la cantidad de dinero que se recibirá por el descuento. **Rta: \$39.981,92**

<b>Vn</b>	\$ 45.000	
<b>NPER</b>	4	mensual
<b>TASA</b>	3%	meses
<b>Dm</b>	\$ 5.018,08	
<b>cantidad que recibe:</b>	\$ 39.981,92	

11. ¿Cuál es el descuento matemático verdadero a una tasa nominal del 8% de interés compuesto, capitalizable trimestralmente, sobre \$ 5.000.00 a pagar dentro de 5 años. **Rta: Dm=\$ 1.635,14**

<b>Vn</b>	\$ 5.000	
<b>j</b>	8%	CT
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	2%	trimestral
<b>NPER</b>	5	años
<b>NPER</b>	20	trimestres
<b>Dm</b>	\$ 1.635,14	

12. ¿Cuál es el descuento racional verdadero a una tasa nominal del 12% de interés compuesto, capitalizable semestralmente, sobre \$ 2.500.00 a pagar dentro de 10 años. **Rta: Dm=\$ 1.720,49**

<b>Vn</b>	\$ 2.500	
<b>j</b>	12%	CS
<b>m</b>	2	
<b>TASA</b>	6%	semestral
<b>NPER</b>	10	años
<b>nper</b>	20	semestres
<b>Dm</b>	\$ 1.720,49	

13. ¿Cuál es el descuento racional verdadero a una tasa nominal del 12% de interés anual compuesto, capitalizable bimestralmente, sobre \$ 15.000,00 a pagar dentro de 15 años. **Rta: Dm=\$ 12.476,08**

<b>Vn</b>	\$ 15.000	
<b>j</b>	12%	CB
<b>m</b>	6	
<b>TASA</b>	2%	bimestral
<b>NPER</b>	15	años
<b>nper</b>	90	bimestres
<b>Dm</b>	\$ 12.476,08	

14. ¿Cuál es el descuento bancario a una tasa nominal del 18% de interés anual compuesto, capitalizable trimestralmente, sobre \$ 8.500.00 a pagar dentro de 12 años. **Rta: Db=\$ 7.567,65**

<b>Vn</b>	\$ 8.500	
<b>j</b>	18%	CT
<b>m</b>	4	
<b>D</b>	4,5%	trimestral
<b>NPER</b>	12	años
<b>nper</b>	48	trimestres
<b>Db</b>	\$ 7.567,65	

15. Una empresa dispone de una letra de cambio de nominal \$ 3000 con vencimiento dentro de tres años. Calcule el efectivo que recibirá por dicha letra en caso de que quiera descontarla en una entidad bancaria que trabaja al 6.3% anual de descuento bancario. **Rta: EFECTIVO = \$ 532,03**

<b>Vn</b>	\$ 3.000	
<b>j</b>	6.3%	anual
<b>m</b>	1	
<b>D</b>	6.3%	anual
<b>NPER</b>	3	años
<b>EFECTIVO</b>	\$ 532,03	
<b>Vt</b>	\$ 2.467,97	

16. ¿Qué tanto de descuento compuesto se aplicó a una operación de descuento que duro tres años y que supuso un descuento comercial de \$ 1.000 para un montante de \$ 5.000? **Rta: 7,168%**

$$Db = Vn[1 - (1 - d)^n]$$

$$d = 1 - \sqrt[n]{1 - \frac{Db}{Vn}} \quad (34)$$

<b>Db</b>	\$ 1.000	
<b>Vn</b>	\$ 5.000	
<b>NPER</b>	3	años
<b>d</b>	7,168%	



# MATEMÁTICA FINANCIERA: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

## BLOQUE TEMÁTICO 3

### ANUALIDADES VENCIDAS, ANTICIPADAS Y DIFERIDAS

- 3.1 **Introducción**
- 3.2 **Clasificación de las anualidades**
- 3.3 **Monto y valor actual de las anualidades simple cierta vencidas**
- 3.4 **Cálculo de la renta, tiempo y tasa en una anualidad simple cierta vencida**
- 3.5 **Cálculo del tiempo o plazo de una anualidad simple cierta vencida**
- 3.6 **Monto y valor actual de las anualidades simples ciertas anticipadas**
- 3.7 **Cálculo de la renta, tiempo y tasa en una anualidad simple, cierta anticipada**
- 3.8 **Monto y valor actual de las anualidades diferidas**
- 3.9 **Cálculo de la renta, tiempo y tasa en una anualidad diferida**

#### 3.1 Introducción

Díaz y Aguilera (2013), sostienen:

En general, se denomina anualidad a un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales. Se conserva el nombre de anualidad por estar ya muy arraigado en el tema, aunque no siempre se refieran a periodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

- Los pagos mensuales por renta.
- El cobro quincenal o semanal de sueldos.
- Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.
- Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

Se conoce como intervalo o periodo de pago al tiempo que transcurre entre un pago y otro, y se denomina plazo de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer periodo de pago y el final del último. Renta es el nombre que se da al pago periódico que se hace. También hay ocasiones en las que se habla de anualidades que, o no tienen pagos iguales, o no se realizan todos los pagos en intervalos iguales. (p.120)

Una anualidad es una sucesión de pagos, depósitos o retiros, generalmente iguales, que se realizan en períodos regulares de tiempo, con interés compuesto. El término anualidad no implica que las rentas tengan que ser anuales, sino que se da a cualquier secuencia de pagos, iguales en todos los casos, a intervalos regulares de tiempo, e independientemente que tales pagos sean anuales, semestrales, trimestrales o mensuales.

Si un país tiene estabilidad económica, es frecuente que se efectúen operaciones mercantiles a través de pagos periódicos, sea a interés simple o compuesto, como en las anualidades.

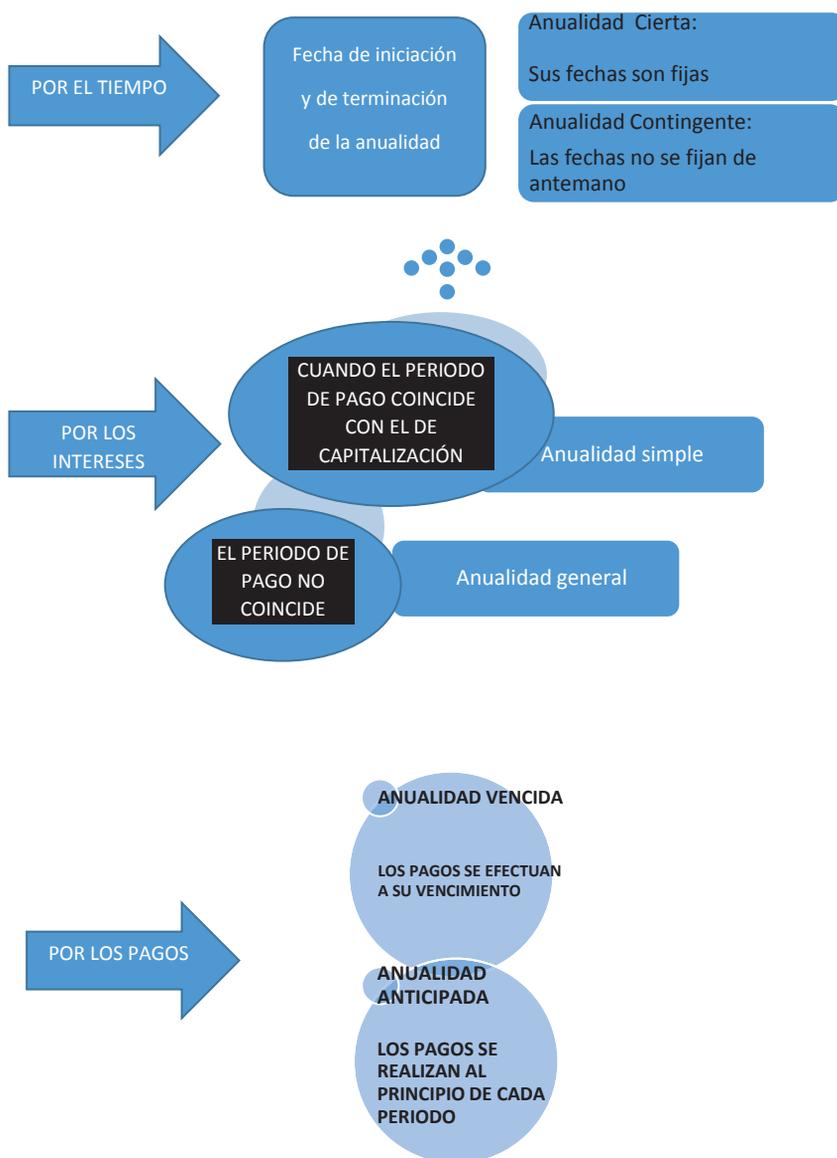
Cuando las cuotas que se entregan se destinan para formar un capital, reciben el nombre de imposiciones o fondos; y si son entregadas para cancelar una deuda, se llaman amortizaciones.

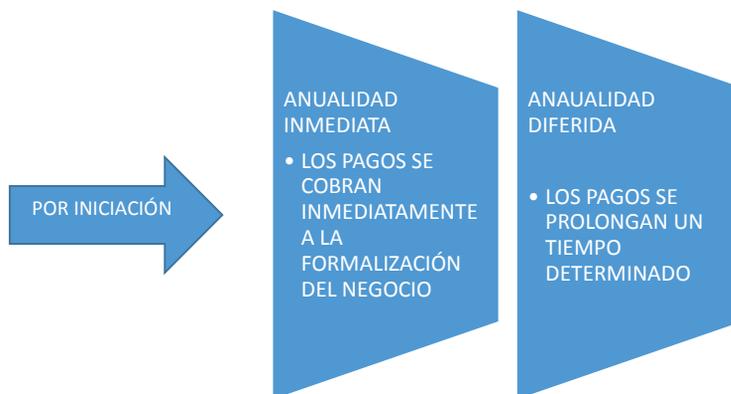
Las anualidades son familiares en la vida diaria, como: rentas, sueldos, seguro social, pagos a plazos y de hipotecas, primas de seguros de vida, pensiones, aportaciones a fondos de amortización, alquileres, jubilaciones y otros, aunque entre unas y otras existen distintas modalidades y también muchas diferencias.

Sin embargo, el tipo de anualidad al que se hace referencia designa generalmente a la **anualidad de inversión**, que incluye interés compuesto, ya que en otras clases de anualidad no se involucra el interés.

### 3.2 Clasificación de las anualidades

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades hace que existan diferentes tipos de ellas. Por ello, conviene clasificarlas de acuerdo con diversos criterios:





- A) Por el tiempo: ciertas y contingentes
- B) Por los intereses: simples y generales
- C) Por los pagos: vencidas y anticipadas
- D) Iniciación: inmediatas y diferidas

**Según, Díaz y Aguilera (2013) aseveran:**

Dada su importancia, vale la pena destacar las características de este tipo de anualidades:

- Simples: el periodo de pago coincide con el de capitalización.
- Ciertas: las fechas de los pagos son conocidas y fijadas con anticipación.
- Vencidas: los pagos se realizan al final de los correspondientes periodos.
- Inmediatas: los pagos se comienzan a hacer desde el mismo periodo en el que se realiza la operación. (p.121)

### 3.3 Valor futuro y valor actual de las anualidades vencidas

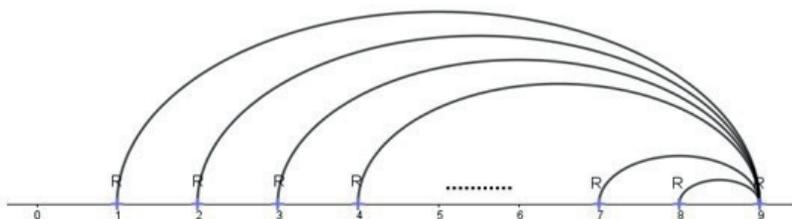
Los elementos que intervienen en este tipo de anualidades son:

$R$  = La renta o pago por periodo.

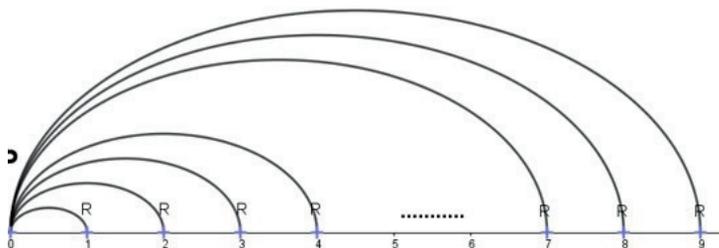
$VA$  = El valor actual o capital de la anualidad. Es el valor total de los pagos en el momento presente.

VF = El valor en el momento de su vencimiento, o monto. Es el valor de todos los pagos al final de la operación.

Fórmula  $VF = R \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$  (35);  $VA = R \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$  (36)



$$VF = R \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$



$$VA = R \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Tenga en cuenta que VF es el valor justo cuando deposita el último pago; en cambio el valor de VA es un periodo antes.

Ejemplos: Realizar la estimación de dos formas diferentes el cálculo del monto, aplicando interés compuesto y anualidades

William Andrés deposita al final de cada mes \$ 100 en un banco que ofrece el 3,5% de interés capitalizable mensualmente cuánto tendrá en el tercer mes.

**Con interés compuesto:**

$$VA = 100 * \left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^2 + 100 * \left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^1 + 100 * \left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^0 = 300,87$$

**Con anualidades:**

$$VA = 100 \left[ \frac{(1 + 0,035/12)^3 - 1}{\left(\frac{0,035}{12}\right)} \right] = 300,87$$

Jonathan deposita al final de cada trimestre \$ 150 en un banco que ofrece el 1,5% de interés trimestral cuanto tendrá en el noveno mes.

**Con interés compuesto:**

$$VF = 150 * (1 + 0,015)^{4 * \frac{6}{12}} + 150 * (1 + 0,015)^{4 * \frac{3}{12}} + 150 * (1 + 0,015)^0 = 456,78$$

**Con anualidades:**

$$VF = 150 \left[ \frac{(1 + 0,015)^{4 * 9/12} - 1}{0,015} \right] = 456,78$$

María José deposita al final de cada semestre \$ 250 en un banco que ofrece el 7,5% de interés semestral cuanto tendrá al año y medio.

**Con interés compuesto:**

$$VF = 250 * (1 + 0,075)^{2 * \frac{12}{12}} + 250 * (1 + 0,075)^{2 * \frac{6}{12}} + 250 * (1 + 0,075)^{2 * \frac{0}{12}} = 807,65$$

**Con anualidades:**

$$VF = 250 \left[ \frac{(1 + 0,075)^{2 * 18/12} - 1}{0,075} \right] = 807,65$$

María de Lourdes deposita al final de cada quincena \$ 50 en un banco que ofrece el 1,05% de interés capitalizable cada quincena cuanto tendrá al cabo de un mes y medio.

**Con interés compuesto:**

$$VF = 50 * \left(1 + \frac{0,0105}{24}\right)^{24 * \frac{1}{12}} + 50 * \left(1 + \frac{0,0105}{24}\right)^{24 * \frac{0,5}{12}} + 50 * \left(1 + \frac{0,0105}{24}\right)^{24 * \frac{0}{12}} = 150,06$$

**Con anualidades:**

$$VF = 50 \left[ \frac{\left(1 + 0,0105/24\right)^{24 * 1,5/12} - 1}{0,0105/24} \right] = 150,06$$

Cuál es el valor en efectivo de una anualidad de \$ 1.000, que se pagan al final de cada 3 meses durante 1 años y 3 meses, suponiendo un interés anual de 16% convertible trimestralmente?

**Con interés compuesto:**

$$VA = 1.000 * \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{-4 * \frac{1}{4}} + 1.000 * \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{-4 * \frac{2}{4}} + 1.000 * \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{-4 * \frac{3}{4}} \\ + 1.000 * \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{-4 * \frac{4}{4}} + 1.000 * \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{-4 * \frac{5}{4}} = 4.451,82$$

**Con anualidades:**

$$VA = 1.000 \left[ \frac{1 - \left(1 + 0,16/4\right)^{-5}}{0,16/4} \right] = 4.451,82$$

Cuál es el valor en efectivo de una anualidad de \$ 450, que se pagan al final de cada 2 meses durante 8 meses, suponiendo un interés anual de 12% convertible bimestralmente?

**Con interés compuesto:**

$$VA = 450 * \left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{-6 * \frac{2}{12}} + 450 * \left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{-6 * \frac{4}{12}} + 450 * \left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{-6 * \frac{6}{12}} \\ + 450 * \left(1 + \frac{0,12}{6}\right)^{-6 * \frac{8}{12}} = 1.713,48$$

**Con anualidades:**

$$VA = 450 \left[ \frac{1 - \left(1 + 0,12/6\right)^{-4}}{0,12/6} \right] = 1.713,48$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 1

### Anualidades vencidas valor actual y valor futuro

1. José Francisco deposita \$ 25.000 cada fin de año en una cuenta de ahorros que abona 3,75% de interés. ¿Cuánto habrá ahorrado al hacer el sexto depósito? **Rta: \$ 164.785,70**

<b>PAGO</b>	\$ 25.000	
<b>TASA</b>	3,75%	anual
<b>NPER</b>	6	años
<b>VF</b>	\$ 164.785,70	

2. ¿Cuál es el valor actual de un refrigerador adquirido mediante 80 abonos semanales vencidos, de \$ 35? Considere un interés anual de 20% convertible semanalmente. **Rta: \$ 2.376,97**

<b>PAGO</b>	\$ 35	
<b>NPER</b>	80	pagos semanales
<b>j</b>	20%	C. S.
<b>m</b>	48	
<b>TASA</b>	0,42%	semanal
<b>VA</b>	\$ 2.376,97	

3. Encuentre el importe pagado en valor actual por un aparato electrónico, por el cual se entregó un enganche de \$ 300, se hicieron 12 pagos mensuales vencidos por \$ 80 y un último pago al final del décimo tercer mes por \$150 si se considera un interés de 24% anual con capitalización mensual. **Rta: \$ 1.261,98**

<b>ENGANCHE</b>	\$ 300	
<b>PAGO</b>	\$ 80	P. Mensual
<b>j</b>	24%	C. M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	2,00%	mensual
<b>NPER</b>	12	
<b>VA</b>	\$ 846,03	
<b>PAGO</b>	150	
<b>NPER</b>	13	meses
<b>VA</b>	\$ 115,95	
<b>TOTAL</b>	\$ 1.261,98	

4. Si se calculan los intereses a una tasa de 16,5% convertible trimestralmente, ¿qué pago único de inmediato es equivalente a 9 pagos trimestrales de \$220 si el primero de ellos se hace dentro de 3 meses? **Rta: \$ 1.626,50**

<b>PAGO</b>	\$ 220	pago trimestral
<b>j</b>	16,5%	CT
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	4,13%	trimestral
<b>NPER</b>	9	trimestres
<b>VA</b>	\$ 1.626,50	

5. ¿Qué cantidad se debería depositar el 31 de enero del año 1 para poder hacer 18 retiros mensuales de \$ 120 a partir del último día de febrero de ese año, si la cuenta en que se deposita paga 7,75% de interés convertible cada mes? **Rta: \$ 2.032,99**

<b>PAGO</b>	\$ 120	
<b>j</b>	7,8%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,65%	mensual
<b>NPER</b>	18	meses
<b>VA</b>	\$ 2.032,99	

6. Es el capital que debe invertirse al principio para disponer de \$ 7.650 al final de cada mes durante año y medio, considerando intereses del 11,40% nominal mensual.

a) \$ 129,948.03 b) \$ 126,021.97 c) \$ 130,402.85 d) \$ 128,921.36 e) Otra

<b>PAGO</b>	\$ 7.650	
<b>j</b>	11,4%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,95%	MENSUAL
<b>TIEMPO</b>	AÑO Y MEDIO	
<b>NPER</b>	18	MESES
<b>VA</b>	\$ 126.021,97	

7. ¿Cuál es el precio de una batidora que se paga con 30 abonos semanales de \$ 230 con intereses del 14,82% nominal semanal? (utilice año de 52 semanas)

a) \$ 6.083,42 b) \$ 7.425,32 c) \$ 7.008,23 d) \$6.604,24 e) Otra

<b>PAGO</b>	\$ 230	
<b>j</b>	14,82%	C. SEM.
<b>m</b>	52	
<b>TASA</b>	0,29%	Semanal
<b>NPER</b>	30	SEMANAS
<b>VA</b>	\$ 6.604,24	

8. La empresa "SARES" compra una máquina con un anticipo del 25% y 12 pagos mensuales de \$ 95.000 con cargos del 12,36% nominal mensual. ¿Cuál es el precio de la máquina?

a) \$ 1.422,944,57 b) \$ 1.067.208,43 c) \$ 1.395.874.21 d) \$ 1.400.982,50

<b>PAGO</b>	\$ 95.000	
<b>j</b>	12,4%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,03%	Mensual
<b>NPER</b>	12	MESES
<b>VA</b>	\$ 1.067.208,43	75%
	x	100%
	\$ 1.422.944,57	

9. El dueño de un camión tiene las siguientes opciones para vender su unidad:

- a) Un cliente puede pagarle \$ 300.000 de contado.
- b) Otro le ofrece \$ 100.000 de contado y 7 abonos quincenales de \$30.000 cada una.
- c) Un tercero le ofrece \$ 63.000 de contado y 20 abonos quincenales de \$ 12.500 cada uno.

Determine cuanto ganaría con la opción b), en relación con la a) y la c). Si sabe que el dinero reditúa el 9,6% de interés anual capitalizable por quincenas.

**Rta: Gana frente a la opción A \$ 6.679,92 y frente a la C \$ 3.878,87**

a) VA= 300.000 contado

b)

	\$ 100.000	contado
<b>PAGO</b>	\$ 30.000	
<b>j</b>	9,6%	C. Quincenal
<b>m</b>	24	
<b>TASA</b>	0,40%	Quincenal
<b>NPER</b>	7	QUINCENAS
<b>VA</b>	\$ 206.679,92	
<b>total</b>	\$ 306.679,92	

c)

	\$ 63.000	contado
<b>PAGO</b>	\$ 12.500	
<b>j</b>	9,6%	C. Quincenal
<b>m</b>	24	
<b>TASA</b>	0,40%	Quincenal
<b>NPER</b>	20	QUINCENAS
	\$ 239.801,05	
<b>total</b>	\$ 302.801,05	

10. Paola es la beneficiaria de un seguro de vida recibiría \$ 3.100 mensuales durante 10 años, aunque prefiere que le den el equivalente total al inicio del plazo. ¿Cuánto le darán a Paola si el dinero reditúa en promedio el 19,35% anual compuesto por meses? Rta. \$ 164.050,89

<b>PAGO</b>	\$ 3.100	
<b>j</b>	19,35%	C. M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,61%	Mensual
<b>TIEMPO</b>	10	AÑOS
<b>NPER</b>	120	MESES
<b>VA</b>	\$ 164.050,89	

11. Durante un año y medio se hacen depósitos por mes vencido de \$ 12.000 cada uno en una institución de ahorro que paga un interés del 3% mensual. Calcular la suma total acumulada en la cuenta de ahorros al final de este tiempo. **Rta: \$ 280.973,22**

<b>PAGO</b>	\$ 12.000	
<b>TASA</b>	3%	Mensual
<b>TIEMPO</b>	1,5	AÑOS
<b>NPER</b>	18	MESES
<b>VF</b>	\$ 280.973,22	

12. Hallar el valor de contado de un artículo que a crédito se adquiere con 18 cuotas de \$ 20.000 cada una por mes vencido, sabiendo que se cobra un interés del 2,5% mensual. **Rta: 287.067,27**

<b>PAGO</b>	\$ 20.000	
<b>TASA</b>	2,5%	Mensual
<b>NPER</b>	18	meses
<b>VA</b>	\$ 287.067,27	

13. Hallaremos el monto y el valor actual de una anualidad de \$ 10.000 cada trimestre durante 5 años y 6 meses al 12% capitalizable trimestralmente. **Rta: VF=\$ 305.367,80 VA=\$ 159 369,17**

PAGO	\$ 10.000				
j	12,0%	C.T.			
m	4				
TASA	3,0%	Trimestral			
TIEMPO	5	AÑOS	6 MESES		
NPER	22	Trimestres			
VA	\$ 159.369,17				

PAGO	\$ 10.000				
j	12,0%	C.T.			
m	4				
TASA	3,0%	Trimestral			
TIEMPO	5	AÑOS	6 MESES		
NPER	22	Trimestres			
VF	\$ 305.367,80				

14. Calcule el monto de una serie de depósitos de \$ 3.000,00 cada 6 meses, durante 8 años al 7% anual capitalizable semestralmente. Calcule también los intereses generados. **Rta: VF=\$ 62 913,09 I=\$ 14 913,09**

PAGO	\$3.000				
j	7,0%	C. S.			
m	2				
TASA	3,5%	Semestral			
TIEMPO	8 AÑOS				
NPER	16	SEMESTRES			
VF	\$ 62.913,09				
CAPITAL	\$ 48.000,00				
INTERÉS	\$ 14.913,09				

CAPITAL	3.000*16
INTERÉS	VF - CAPITAL

15. Calcule el valor actual de una serie de pagos de \$ 900,00 cada mes durante 15 años a una tasa del 12% anual capitalizable mensualmente. Calcule también los intereses generados. **Rta: VA=\$ 74.989,50 I= \$ 87.010,50**

<b>PAGO</b>	\$ 900	
<b>j</b>	12,0%	C. M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,00%	Mensual
<b>TIEMPO</b>	15 AÑOS	
<b>NPER</b>	180	Meses
<b>VA</b>	\$ 74.989,50	
<b>CAPITAL</b>	162000	
<b>INTERES</b>	\$ 87.010,50	

<b>CAPITAL</b>	\$ 900*180
<b>INTERÉS</b>	VF - CAPITAL

16. Una empresa desea formar un fondo de jubilación para sus empleados; para lo cual descuenta \$ 25,00 cada mes a cada empleado de su sueldo, durante 35 años y los deposita en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 4,2% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá acumulado cada trabajador? ¿Cuánto de intereses? **Rta: VF=\$ 23.843,48 I= \$ 13.343,48**

<b>PAGO</b>	\$ 25	
<b>j</b>	4,2%	C.M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,35%	Mensual
<b>TIEMPO</b>	35 AÑOS	
<b>NPER</b>	420	MESES
<b>VF</b>	\$ 23.843,48	
<b>CAPITAL</b>	\$ 10.500,00	
<b>INTERES</b>	\$ 13.343,48	

<b>CAPITAL</b>	\$ 25*420
<b>INTERÉS</b>	VF - CAPITAL

17. Calcule el monto destinado para reposición de un activo fijo, de una serie de depósitos de \$ 1.500,00 cada trimestre durante 10 años, a una tasa de interés del 6% anual capitalizable trimestralmente. Calcule también los intereses generados. **Rta: VF=81.401,84 I=21.401,84**

<b>PAGO</b>	\$ 1.500				
<b>j</b>	6,0%	C.T.			
<b>m</b>	4				
<b>TASA</b>	0,015	Trimestral			
<b>TIEMPO</b>	10 AÑOS				
<b>NPER</b>	40	TRIMESTRES			
<b>VF</b>	\$ 81.401,84				
<b>CAPITAL</b>	\$ 60.000,00				
<b>INTERES</b>	\$ 21.401,84				

<b>CAPITAL</b>	\$ 1.500*40
<b>INTERÉS</b>	VF - CAPITAL

### 3.4 Cálculo de la renta y tiempo en una anualidad simple cierta vencida

Para determinar la Renta basta con despejar de la fórmula de VF o de VA nótese que hay dos fórmulas para la renta, tenga cuidado en seleccionar los datos para determinar la renta a través del valor futuro o del valor actual.

#### a) Cuando uno de los datos es el valor futuro

$$R = \frac{VF \cdot i}{[(1+i)^n - 1]} \quad (37)$$

Ejemplo: Se deben reunir \$ 850.000 para dentro de dos años. Con tal fin se decide hacer depósitos iguales por mes vencido en una institución que paga el 2,65% mensual. Hallar el valor de los depósitos.

Datos:

VF \$ 850.000,00

i 2,65% mensual

n 2 años o 24 meses

R \$ 25.792,01

$$R = \frac{850.000 \cdot 2,65\%}{(1+2,65\%)^{24} - 1} = \$ 25.792,01$$

**b) Cuando uno de los datos es el valor presente**

$$R = \frac{VA \cdot i}{[1 - (1+i)^{-n}]} \quad (38)$$

Ejemplo: Una empresa contrata una deuda de \$ 1.000 con un banco. Si éste carga a este tipo de préstamos 19% anual convertible mensualmente, ¿cuánto tendría que pagar mensualmente la empresa para saldar su deuda dentro de 21 meses?

Datos:

VA	1.000
j	19,0% C.M.
m	12
i	$j / m = 0,01583$
n	21 meses
R	\$ 56,35 P. MENSUALES

Para determinar el tiempo, se debe tener en cuenta si en los datos del enunciado del problema se tiene el valor actual o valor futuro, de esto dependerá escoger la fórmula

$$R = \frac{1000 \cdot 0,0158}{1 - (1 + 0,0158)^{-21}} = \$56,35$$

**a) Cuando uno de los datos es el valor futuro**

$$n = \frac{\log\left(\frac{VF \cdot i}{R} + 1\right)}{\log(1 + i)} \quad (39)$$

Ejemplo: Una empresa necesita acumular \$ 10.000. Para eso hace depósitos semestrales de \$ 300 a una tasa de interés del 14% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuántos depósitos completos debería realizar?

Datos:

VF	10.000
R	300
j	14,00% anual
m	2
i	j / m = 7,00% semestral
n	17,79 depósitos semestrales

Se deben realizar 17 pagos completos

$$n = \frac{\log\left(\frac{10000*7\%}{300}+1\right)}{\log(1+7\%)} = 17,79 *$$

Nota: \* Cuando los pagos (n) resultan ser números no enteros se procederá a calcular un último pago adicional a los 17 pagos, o en su defecto en el pago 17 sumar el dinero faltante

b) Cuando uno de los datos es el valor presente

$$n = \frac{\log\left(1 - \frac{VA * i}{R}\right)}{\log(1 + i)} \quad (40)$$

Ejemplo: ¿Cuántos pagos completos de \$ 180 al final de cada mes son necesarios para cancelar una deuda de \$ 12.000, considerando una tasa de interés del 15% anual, capitalizable mensualmente?

VA	12.000
R	180
j	15,00% anual
m	12
i	1,25% mensual
n	144,23 P. MENSUALES

Se deben realizar 144 pagos completos

$$n = - \frac{\log\left(1 - \frac{12000*1,25\%}{180}\right)}{\log(1+1,25\%)} = 144,23$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 2

### Rentas vencidas (pago)

- Una empresa contrata una deuda de \$1.000 con un banco. Si éste carga a este tipo de préstamos 19% anual convertible mensualmente, ¿cuánto tendría que pagar mensualmente la empresa para saldar su deuda dentro de 21 meses? **Rta: \$ 56,35**

VA	\$ 1.000	
j	19,0%	C.M.
m	12	
TASA	1,58%	Mensual
NPER	21	Mensual
PAGO	\$ 56,35	

- Una persona contrató una deuda que le obliga a pagar \$ 18.000 el 1 de enero de cada uno de varios años. Como ahora se da cuenta de que le sería más fácil pagar mediante abonos trimestrales vencidos, ¿de cuánto tendrían que ser los pagos en el nuevo plan, si se considera un interés de 6,5% convertible trimestralmente? (trabaje los 18.000 como valor actual o valor futuro). **Rta: utilizando 18.000 como valor futuro \$ 4.391,79, utilizando como valor actual \$ 4.684,29**

	VA O VF	\$ 18.000	
	j	6,5%	C.T.
	m	4	
	TASA	1,63%	Trimestral
	NPER	4	TRIMESTRES
CON VA	PAGO	\$ 4.684,29	
CON VF	PAGO	\$ 4.391,79	

3. Para saldar un préstamo de \$ 785.000 contratado hoy, el deudor acuerda hacer 5 pagos semestrales iguales y vencidos, finalmente, un pago único de \$ 300.000; 2 años después de realizado el último pago semestral. ¿De cuánto deberá ser cada uno de los pagos iguales, si el interés es de 25% capitalizable semestralmente? **Rta: \$ 191.280,75**

<b>DEUDA</b>	\$ 681.068,18		<b>PRESTAMO</b>	\$ 785.000,00
<b>j</b>	25,0%	C.S.	<b>VA</b>	\$ 103.931,82
<b>m</b>	2		<b>DEUDA</b>	\$ 681.068,18
<b>TASA</b>	12,5%	Semestral		
<b>NPER</b>	5	Semestral		
<b>PAGO</b>	\$ 191.280,75			
<b>PAGO</b>	\$ 300.000			
<b>TIEMPO</b>	2 AÑOS DESPUES			
<b>NPER</b>	9	Semestral		
<b>VA</b>	\$ 103.931,82			

4. Un crédito hipotecario de \$ 458.000 se amortiza con 60 abonos mensuales e intereses del 10,2% capitalizable por meses. ¿De cuánto es cada uno? Escoja una respuesta de las alternativas propuestas
- a) \$ 9.159,36 b) \$ 10.583,04 c) \$ 9.568,91 d) \$ 9.776,28 e) Otra

<b>VA</b>	\$ 458.000,00	
<b>j</b>	10,2%	C.M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,85%	Mensual
<b>NPER</b>	60	MESES
<b>PAGO</b>	\$ 9.776,28	

5. ¿Cuánto podrá retirar cada viernes durante 8 meses el ingeniero Serrano, si al comienzo del plazo deposita \$ 30.000 devengando intereses del 26% compuesto por semanas? **Rta: \$ 1.023,63**

VA	\$ 30.000,00	
j	26,0%	C. SEMANAL
m	48	
TASA	0,54%	Semanal
TIEMPO	8	Meses
NPER	32	Semanas
PAGO	\$ 1.023,63	

6. Se deben reunir \$ 850.000 para dentro de dos años. Con tal fin se decide hacer depósitos iguales por mes vencido en una institución que paga el 2,65% mensual. Hallar el valor de los depósitos. **Rta: \$ 25.792,01**

VF	\$ 850.000,00	
TASA	2,65%	Mensual
TIEMPO	2 AÑOS	
NPER	24	Meses
PAGO	\$ 25.792,01	

7. Un televisor tiene un precio al contado de \$ 63.500. Se desea adquirir a crédito así: una cuota inicial de \$ 15.000 y el resto financiado en 18 meses o cuotas mensuales iguales. Si la tasa de interés que se cobra por la financiación es del 3% mensual, hallar el valor de las cuotas. **Rta: \$3.526,37**

PRECIO DE CONTADO	\$ 63.500,00	
CUOTA INICIAL	\$ 15.000,00	
VA	\$ 48.500,00	
TASA	3,00%	Mensual
NPER	18	Meses
PAGO	\$ 3.526,37	

8. Calculemos entonces el valor del depósito mensual que debe hacer una empresa en una institución financiera que paga 14,4% anual, capitalizable mensualmente, a fin de obtener \$ 6.400 en 6 años. **Rta: \$56,45**

<b>VF</b>	\$ 6.400,00	
<b>j</b>	14,40%	C.M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,20%	Mensual
<b>TIEMPO</b>	6	AÑOS
<b>NPER</b>	72	Meses
<b>PAGO</b>	\$ 56,45	

9. Calcular el valor de la cuota bimestral que debe pagar una empresa que tiene una deuda de \$ 40.000,00 a 8 años de plazo, con una tasa de interés del 6% anual capitalizable bimestralmente. **Rta: \$ 1.053,35**

<b>VA</b>	\$ 40.000,00	
<b>j</b>	6,00%	C. B.
<b>m</b>	6	
<b>TASA</b>	1,00%	Bimestral
<b>TIEMPO</b>	8	AÑOS
<b>NPER</b>	48	Bimestres
<b>PAGO</b>	\$ 1.053,35	

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 3

### Número de periodos (NPER) y tasa en anualidades vencidas

1. Se va a construir un fondo de \$ 5.000 mediante depósitos de \$ 240,2 cada tres meses. Si el fondo gana 4% convertible trimestralmente hallar el número de depósitos de \$ 250 que tendrá que hacerse. **Rta: 19 pagos.**

<b>VF</b>	\$ 5.000,00	
<b>PAGO</b>	\$ 240,20	TRIMESTRALES
<b>j</b>	4,00%	C.T.
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	1,00%	Trimestral
<b>NPER</b>	19,00	PAGOS

2. ¿Cuántos abonos quincenales de \$ 7.500 se necesitan para amortizar un adeudo de \$ 148.161,16 si se tienen cargos o intereses del 13,5%? a) 23 b) 20 c) 22 d) 21 e) Otra

<b>VF</b>	\$ 148.161,16	
<b>PAGO</b>	\$ 7.500,00	QUINCENAL
<b>i</b>	13,50%	ANUAL
<b>m</b>	24	
<b>TASA</b>	0,56%	Quincenal
<b>NPER</b>	21,00	abonos quincenales

3. ¿Cuántos abonos bimestrales vencidos de \$ 3.500 son necesarios para pagar el precio de un camión, que se compró en \$ 34.470? Suponga intereses de 13,8% capitalizable por bimestres. **Rta: 9 abonos**

VA	\$ 34.470,00	
PAGO	\$ 3.500,00	
j	13,25%	C.B.
m	6	
TASA	2,21%	Bimestral
NPER	9	abonos bimestrales

4. Se tiene una deuda hoy de \$ 2.182 y debe cubrirse en cuotas mensuales de \$ 350 cada una; si la tasa de interés que se cobra es del 3% mensual, ¿al cabo de cuánto tiempo se habrá pagado la deuda? **Rta: 7 meses.**

VA	\$ 2.182,00	
R	\$ 350,00	
TASA	3,00%	Mensual
NPER	7	Abonos mensuales

5. ¿Cuántos depósitos de \$ 511,4 debe hacer una empresa cada trimestre para obtener \$ 14.840 considerando una tasa de interés del 15% anual capitalizable trimestralmente? **Rta: 20 depósitos.**

VF	\$ 14.840,00	
PAGO	\$ 511,40	
j	15,00%	C.T.
m	4	
TASA	3,75%	Trimestral
NPER	20	Abonos Trimestrales

6. ¿Cuántos pagos de \$ 8.555,5 debe hacer una empresa cada mes para cancelar una deuda de \$ 200.000 considerando una tasa de interés del 18%, capitalizable mensualmente? **Rta: 29 pagos.**

VA	\$ 200.000,00	
PAGO	\$ 8.555,50	
j	18,00%	C.M.
m	12	
TASA	1,50%	Mensual
NPER	29	Abonos mensuales

7. Cuantos pagos semestrales de 655 dólares deberán hacerse para cancelar una deuda de 4.500 al 7% de interés capitalizable semestralmente. **Rta: 8 pagos.**

VA	\$ 4.500,00	
PAGO	\$ 655,00	
j	7,00%	C.S.
m	2	
TASA	3,50%	Semestral
NPER	8	Abonos Semestrales

8. Un empleado puede ahorrar 729,2 mensuales e invertirlos en una compañía financiera que paga al 9% convertible mensualmente en que tiempo juntará \$ 55.000; **Rta: 5 años.**

VF	\$ 55.000,00	
PAGO	\$ 729,20	
j	9,00%	C.M.
m	12	
TASA	0,75%	Mensual
TIEMPO	60,00	Meses
NPER	5	AÑOS

9. El valor presente de una renta de \$ 9.500 por año vencido es \$ 92.250 si la tasa de interés es del 6% determine el tiempo. **Rta: 15 años.**

VA	\$ 92.250,00	
PAGO	\$ 9.500,00	
TASA	6,00%	ANUAL
NPER	15	Abonos Anuales

10. Josué Sebastián obtiene un préstamo por \$ 3.750, acordando pagar capital e intereses al 6% liquidable semestralmente mediante pagos semestrales de \$ 228,06 cada uno haciendo el primero en 6 meses. ¿Cuántos pagos deberá hacer? **Rta: 23 pagos.**

VA	\$ 3.750,00	
PAGO	\$ 228,06	
j	6,00%	C.S.
m	2	
TASA	3,00%	Semestral
NPER	23	Abonos Semestrales

11. ¿Cuántos pagos completos de \$ 1800 al final de cada mes son necesarios para cancelar una deuda de \$ 12.000; considerando una tasa de interés del 15% anual, capitalizable mensualmente? **Rta: 7 pagos.**

VA	\$ 12.000,00	
PAGO	\$ 1.800,00	
j	15,00%	C.M.
m	12	
TASA	1,25%	Mensual
NPER	7	Abonos Mensuales

12. ¿Cuántos pagos completos de \$ 180 al final de cada mes son necesarios para cancelar una deuda de \$ 12.000 considerando una tasa de interés del 15% anual, capitalizable mensualmente? ¿Con qué pago final, coincidente con el último pago completo, se cancelará la citada deuda? **Rta: 144 pagos completos y un pago adicional de \$ 42,46**

<b>VA</b>	\$ 12.000	
<b>PAGOS</b>	\$ 180	
<b>j</b>	15,00%	C.M.
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,25%	Mensual
<b>NPER</b>	144,23	Abono Mensual

No	Cuotas	Interés	Amortización	Saldo
143	180	4,93	175,07	219,20
144	180	2,74	177,26	41,94
145	42,46	0,52	41,94	0,00

Un pago adicional de \$ 42,46

13. Una empresa necesita acumular \$ 10.000. Para eso hace depósitos semestrales de \$ 300 a una tasa de interés del 14% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuántos depósitos completos debería realizar y de cuánto debería ser un depósito adicional, realizado en la misma fecha del último depósito, para completar el monto requerido? **Rta: 17,79 (17 depósitos de \$ 300 y un último depósito de \$ 100,29)**

<b>VF</b>	\$ 10.000	
<b>pagos</b>	\$ 300	
<b>j</b>	14,00%	C.S.
<b>m</b>	2	
<b>TASA</b>	7,00%	Semestral
<b>NPER</b>	17,79	pagos semestrales

No	Cuotas	Interés	Amortización	Saldo
16	300,00	527,71	827,71	8366,42
17	300,00	585,65	885,65	9252,07
18	100,29	647,64	747,93	10000,00

Un pago adicional de \$ 100,29

14. Una deuda de \$ 850 contraída hoy se va a liquidar mediante pagos trimestrales iguales y vencidos de \$ 185. Si el interés es de 3.9% trimestral, calcule el número de pagos completos y el valor del pago final menor que se deben efectuar para saldar el compromiso. **Rta: 5,16 (5 pagos completos y un 6to pago de 30,31)**

<b>VA</b>	\$ 850	
<b>PAGOS</b>	\$ 185	
<b>TASA</b>	3,90%	TRIMESTRAL
<b>NPER</b>	5,16	Abonos Trimestrales

No	Cuotas	Interés	Amortización	Saldo
4	185	14,68	170,32	206,13
5	185	8,04	176,96	29,17
6	30,31	1,14	29,17	0,00

Un pago adicional de \$ 30,31

### 3.5 Cálculo del interés de una anualidad simple cierta vencida

Para el cálculo del interés de una anualidad vencida, se determina mediante el procedimiento de la Interpolación, cuyo desarrollo se muestra en los pasos siguientes:

- a) Si los datos del enunciado del problema toman en cuenta valor futuro
  1. Se obtiene el cociente entre VF y R
  2. Este resultado será para identificar el valor aproximado que debe tener la expresión.

Por ejemplo, para los datos:  $VF = \$ 1.758$   $R = \$ 150$ , el cociente es 11,72

3. Se organiza una tabla que a continuación se detalla:

Interés: colocado al azar		Resultado: $(1+i)^n - 1 / i$	
3,20%	$x_1$	11,57	Valor menor $y_1$
1%	$x$	11,72	Valor referencial $y$
3,60%	$x_2$	11,78	Valor mayor $y_2$

4. Los valores obtenidos matemáticamente representan puntos que pasan por una recta, por lo que sus pendientes serán siempre iguales por pertenecer a una misma recta. La fórmula que se utiliza en geometría analítica para calcular la pendiente es:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , o lo que es lo mismo por pertenecer a la misma recta  $m = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$  igualando se tiene:  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$

5. Al sustituir los datos se tiene:

$$\frac{11,78 - 11,57}{3,6\% - 3,2\%} = \frac{11,57 - 11,72}{3,20\% - i\%}$$

$$\frac{0,21}{0,4\%} = \frac{-0,15}{3,20\% - i\%}$$

$$i = 3,48\%$$

Con Excel se describen los datos a continuación:

The image shows an Excel spreadsheet with the following data:

INTERPOLACIÓN CON VALOR FUTURO	
S	\$1.758,00
R	150
n	10 pagos mensuales
tasa	8%;E37
tasa	3,48%

Overlaid on the spreadsheet is the 'Argumentos de función' dialog box for the TASA function. The arguments are:

- Nper: E40 = 10
- Pago: E38 = 150
- Va: = número
- VF: E37 = -1758
- Tipo: = número

The calculated result is 0,034789741. The dialog box also includes the text: 'Devuelve la tasa de interés por periodo de un préstamo o una inversión. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.' and 'Nper es el número total de periodos de pago de un préstamo o una inversión.' The final result shown is 'Resultado de la fórmula = 3,48%'.

b) Si los datos del enunciado del problema toman en cuenta el valor actual

1. Se obtiene el cociente entre VF y R (Valor referencial) 6,66
2. Se organiza una tabla que a continuación se detalla:

Interés: colocado al azar		Resultado: $1 - (1+i)^{-n} / i$	
4,50%	$x_1$	6,59 Valor menor	$y_1$
$i$ %	$x$	6,66 Valor referencial	$y$
4,00%	$x_2$	6,73 Valor mayor	$y_2$

3. Los valores obtenidos matemáticamente representan puntos que pasan por una recta, por lo que sus pendientes serán siempre iguales. La fórmula que se utiliza en geometría analítica para calcular la pendiente es:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  o lo que es lo mismo por pertenecer a la misma recta  $m = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$  igualando se tiene:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$$

Al sustituir los datos se tiene:

$$\frac{6,73 - 6,59}{4\% - 4,5\%} = \frac{6,59 - 6,66}{4,5\% - i\%}$$

$$\frac{0,14}{-0,5\%} = \frac{-0,07}{4,5\% - i\%}$$

$$i = 4,24\%$$

Con Excel se puede determinar el valor de la siguiente manera:

- e) Buscamos las funciones de Excel



- f) Se elige la opción

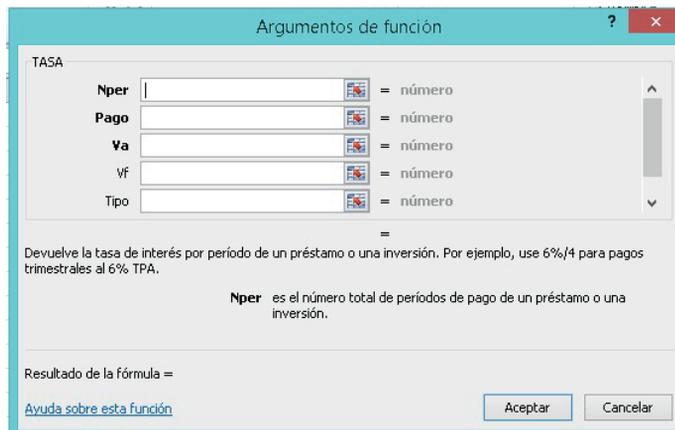
○ seleccionar una categoría: Financiera



g) Categoría



h) Se despliega el cuadro y se colocan los datos correspondientes al enunciado del problema, por ejemplo, el número de períodos, el pago mensual y el valor futuro o actual según corresponda con signo negativo, en la casilla tipo colocamos el valor de cero si la anualidad es vencida



Ejemplo con valor actual o presente

INTERPOLACIÓN CON VALOR ACTUAL	
P	\$2.000,00
R	300
TASA	{L39;-L38} mensual
n	8 pagos mensuales
TASA	4,24% mensual

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 4

### Interés

- Determine la tasa de interés mensual de una anualidad vencida cuya renta es de \$ 130 mensuales pagaderos en 5 meses, si el desembolso inmediato que le hacen es \$ 600. **Rta: 2,73% mensual.**

VA	\$ 600	
PAGO	\$ 130	
NPER	5	meses
TASA	2,73%	mensual

- María José debe pagar hoy \$ 5.000; Como no tiene esa cantidad disponible, platica con su acreedor y acuerda pagarle mediante 22 abonos mensuales de \$ 300, el primero de ellos dentro de un mes. ¿Qué tasa de interés va a pagar? **Rta: 2.56% mensual.**

VA	\$ 5.000	
PAGO	22	
NPER	300	
TASA	2,56%	mensual

- ¿A qué tasa nominal convertible semestralmente se acumulan \$ 500.000 en el momento de realizar el último de 15 depósitos semestrales de \$10.000? **Rta: 31,21% Capitalizable semestralmente.**

VF	\$ 500.000	
NPER	15	
PAGO	\$ 10.000	
TASA	15,60%	semestral
j	31,21%	CS

4. Una persona adquirió, mediante 15 abonos quincenales de \$ 65, un televisor que al contado costaba \$ 890: a) ¿Qué tasa efectiva quincenal pagó? b) ¿Qué tasa nominal anual pagó? c) ¿Qué tasa efectiva anual pagó?  
**Rta: a) 1,162%    b) 28,062%    c) 31,968%**

<b>VA</b>	\$ 890		
<b>PAGO</b>	\$ 65		
<b>NPER</b>	15	Quincenales	
<b>TASA</b>	1,162%	quincenal	
<b>i</b>	31,968%	EA	$(1+tasa)^{24} - 1$
<b>j</b>	28,062%	nominal anual	tasa mensual *12

5. A qué interés nominal trimestral se deben hacer depósitos semestrales de \$1.100 para acumular \$ 7.500 en 3 años? **Rta: 10,06 CT**

<b>PAGO</b>	\$ 1.100	
<b>VF</b>	\$ 7.500	
<b>NPER</b>	6	SEMESTRES
<b>i</b>	5,09%	semestral
<b>m1</b>	2	
<b>m2</b>	4	
<b>j</b>	10,06%	CT

6. Se pagó una deuda de \$ 3.900 mediante 6 abonos trimestrales vencidos de \$ 780 ¿Qué interés efectivo anual se pagó? **Rta: 23,75% EA**

<b>VA</b>	3900	
<b>NPER</b>	6	trimestrales
<b>PAGO</b>	780	
<b>i</b>	5,47%	trimestral
<b>i</b>	23,75%	EA

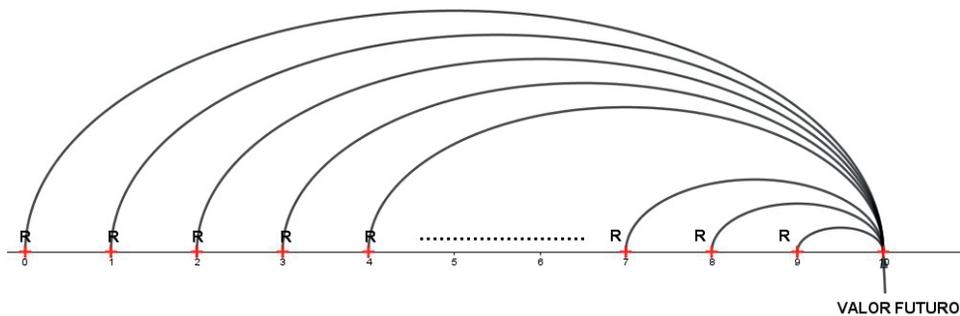
### 3.6 Valor futuro y valor actual de las anualidades simples ciertas anticipadas

Las anualidades anticipadas se caracterizan, por cumplir con la obligación de manera anticipada, es decir los pagos se realizan al principio de cada año, semestre, trimestre, etc.

En el entorno, mucha de las veces se actúa con desconfianza, en asuntos de negocio, pues no se le conoce a la persona con la cual se realiza un negocio, por lo que conviene que se anticipe el valor de la compra de un bien, del pago del arriendo, etc, muchas son las transacciones que se realizan de forma inmediata incluso para el alquiler de un departamento se pide una letra de cambio que servirá de garantía cuando el inquilino decida buscar otra alternativa para vivir. Muchos son los ejemplos prácticos que se dan, alrededor de este tipo de anualidades, su aplicación frecuente hace que este tema sea muy importante en el entorno social.

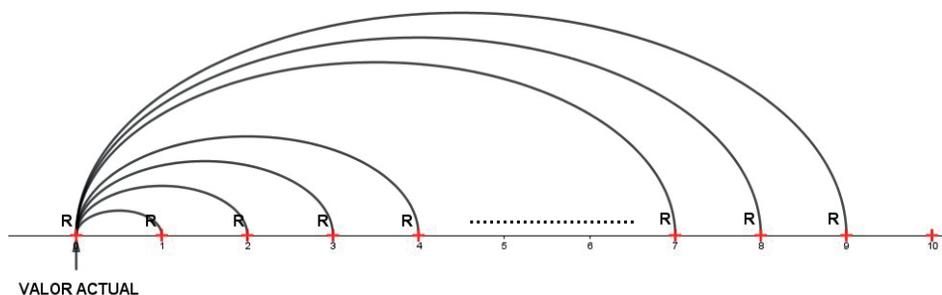
La fórmula para determinar el monto de una anualidad anticipada es:

$$VF = R * \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] (1 + i) \quad (41)$$



La fórmula para determinar el capital o valor presente de una anualidad anticipada es:

$$VA = R * \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i) \quad (42)$$



### EJEMPLOS:

Determine el monto de una anualidad anticipada cuya renta es de \$250 cada mes durante 18 meses a una tasa del 1.35% anual.

Datos:

R 250

n 18 meses

i 1,35% mensual

### FÓRMULA:

$$VF = R * \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] (1 + i)$$

Sustituyendo datos queda:

$$VF = 250 * \left[ \frac{(1 + 1,35\%)^{18} - 1}{1,35\%} \right] (1 + 1,35\%)$$

$$VF = \$5.123,76$$

Con Excel:

a) Buscamos las funciones de Excel

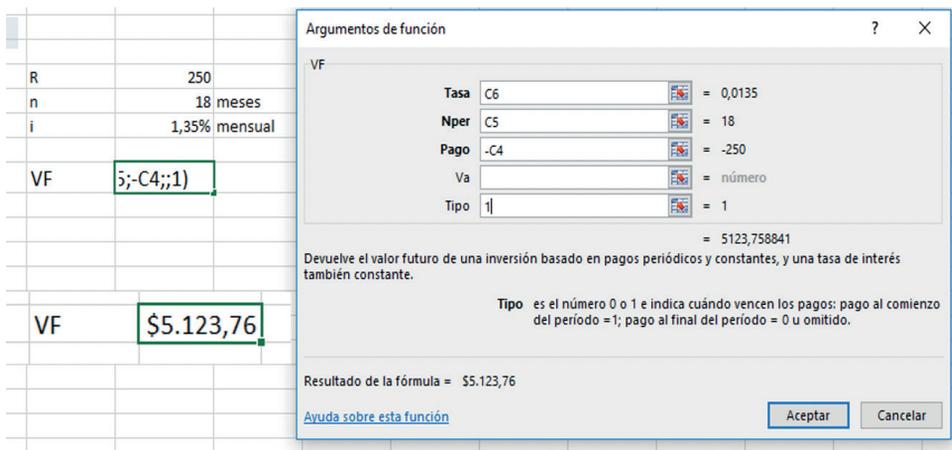
b) Se elige la opción

O seleccionar una categoría: Financiera

c) Categoría



d) Se despliega el cuadro y se colocan los datos correspondientes al enunciado del problema.



Por ser anticipada tipo 1

Determine el valor actual de una anualidad anticipada cuya renta es de \$420 cada trimestre durante 15 meses a una tasa del 4,25% trimestral

Datos:

- R 420
- n 15 meses
- n 5 trimestres
- i 4,25% trimestral

**FÓRMULA**

$$VA = R * \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)$$

Sustituyendo datos queda:

$$VA = 420 * \left[ \frac{1 - (1 + 4.25\%)^{-5}}{4,25\%} \right] (1 + 4,25\%)$$

$$A = \$1.935,62$$

Con Excel:

The image shows an Excel spreadsheet on the left and a 'Arguments of function' dialog box on the right. The spreadsheet contains the following data:

R	420
n	15 meses
n	5 trimestres
i	4,25% trimestral
VA	\$1.935,62

The dialog box 'Argumentos de función' is open, showing the following arguments for the VA function:

- Tasa: C7 = 0,0425
- Nper: C6 = 5
- Pago: -C4 = -420
- Vf: = número
- Tipo: 1 = 1

The result of the formula is displayed as 1935,616169. Below the arguments, the text reads: 'Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.' and 'Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido.' At the bottom, it shows 'Resultado de la fórmula = \$1.935,62' and buttons for 'Aceptar' and 'Cancelar'.

Por ser anticipada tipo 1

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 5

### Anualidades anticipadas valor actual y valor futuro

1. Un obrero deposita en una cuenta de ahorros \$ 250 al principio de cada mes. Si la cuenta paga 0,3% mensual de interés, ¿Cuánto habrá ahorrado durante el primer año? **Rta: \$ 3.059,15**

<b>PAGO</b>	\$ 250	
<b>TASA</b>	0,30%	MENSUAL
<b>NPER</b>	12	PAGOS MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 3.059,15	

2. Encuentre el monto de 6 pagos semestrales anticipados de \$ 1.450 si el interés es de 19% convertible semestralmente. **Rta: \$ 12.096,84**

<b>PAGO</b>	\$1.450	
<b>j</b>	19,00%	CS
<b>m</b>	2	
<b>TASA</b>	0,095	SEMESTRAL
<b>NPER</b>	6	P.SEMESTRALES
<b>VF</b>	\$ 12.096,84	

3. Un comerciante alquila un local para su negocio y acuerda pagar \$ 750 de renta por anticipado. Como desea librarse del compromiso mensual de la renta, decide proponer una renta anual equivalente y también anticipada. Si se calculan los intereses a razón de 15,60% convertible mensualmente, ¿de cuánto deberá ser la renta anual? **Rta: \$ 8.391,16**

<b>PAGO</b>	\$ 750	
<b>j</b>	15,60%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,30%	MENSUAL
<b>NPER</b>	12	P. MENSUALES
<b>VA</b>	\$ 8.391,16	

4. Calcule el valor actual de 9 pagos semestrales de \$ 350 con interés de 5,28% semestral: a) Si se hacen por anticipado. b) Si se hacen vencidos.  
**Rta: a) VA=\$ 2 .586,74; b) VA=\$ 2.457,01**

<b>PAGO</b>	\$ 350	
<b>TASA</b>	5,28%	SEMESTRAL
<b>NPER</b>	9	P.SEMESTRALES
<b>VA</b>	\$ 2.586,74	por anticipado
<b>VA</b>	\$ 2.457,01	vencidos

5. Para adquirir un automóvil a crédito se deben pagar 48 abonos mensuales de \$ 450 comenzando en el momento de la entrega del vehículo. Si los intereses que se cobran son a razón de 15% convertible cada mes, ¿cuál es el valor al contado de los pagos? **Rta: \$ 16.371,28**

<b>PAGO</b>	\$ 450,00
<b>j</b>	15,00%
<b>m</b>	12
<b>TASA</b>	1,25%
<b>NPER</b>	48
<b>VA</b>	\$ 16.371,28

6. Si una empresa realiza pagos al principio de cada mes por un valor de \$ 800 a una tasa de interés del 15% anual, capitalizable mensualmente,

¿cuánto habrá pagado de capital en 7 años (valor de la deuda original)?

**Rta: \$ 41.976,97**

<b>PAGO</b>	\$ 800,00
<b>j</b>	15,00%
<b>m</b>	12
<b>TASA</b>	1,25%
<b>NPER</b>	84
<b>VA</b>	\$ 41.975,97

### 3.7 Cálculo de la renta y tiempo en una anualidad simple, cierta anticipada

Para determinar la renta de una anualidad anticipada se procede a despejar  $R$ , obteniéndose dos fórmulas.

a) Fórmula de la renta anticipada con valor futuro

$$R = \frac{VF * i}{[(1 + i)^n - 1](1 + i)} \quad (43)$$

$$R = \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{[(1 + i)^n - 1]}$$

b) Fórmula de la renta anticipada con valor actual

$$R = \frac{VA * i}{[1 - (1 + i)^{-n}](1 + i)} \quad (44)$$

$$R = \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

#### Ejemplos:

Determine la renta anticipada de una anualidad cuyo valor futuro es \$3.500, a 15 meses plazo con un interés al 2,56% mensual.

Datos:

VF \$3.500

n 15 meses

i 2,56% mensual

### FÓRMULA

$$R = \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{[(1 + i)^n - 1]}$$

Sustituyendo datos queda:

$$R = \frac{3500 * 2,56\% * (1 + 2,56\%)^{-1}}{[(1 + 2,56\%)^{15} - 1]}$$

$$R = \$189,48$$

Con Excel:

The image shows an Excel spreadsheet on the left and a 'Argumentos de función' dialog box for the 'PAGO' function on the right. The spreadsheet has the following data:

VF	3500
n	15 meses
i	2,56% mensual
R	=PAGO(2,56%;-C4;1)
R	\$189,48

The 'Argumentos de función' dialog box shows the following arguments:

- Tasa: C6 = 0,0256
- Nper: C5 = 15
- Va: = número
- Vf: -C4 = -3500
- Tipo: 1 = 1

Below the arguments, it states: 'Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.' and 'Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del periodo = 1; para pago al final del periodo = 0 u omitido.' The 'Resultado de la fórmula' is \$189,48. There are 'Aceptar' and 'Cancelar' buttons at the bottom right.

Determine la renta anticipada de una anualidad cuyo valor actual es \$5000, a 2 años plazo con un interés al 8,12% semestral.

Datos:

VA	5.000	
n	2	años
n	4	semestres
i	8,12%	semestral

**FÓRMULA**

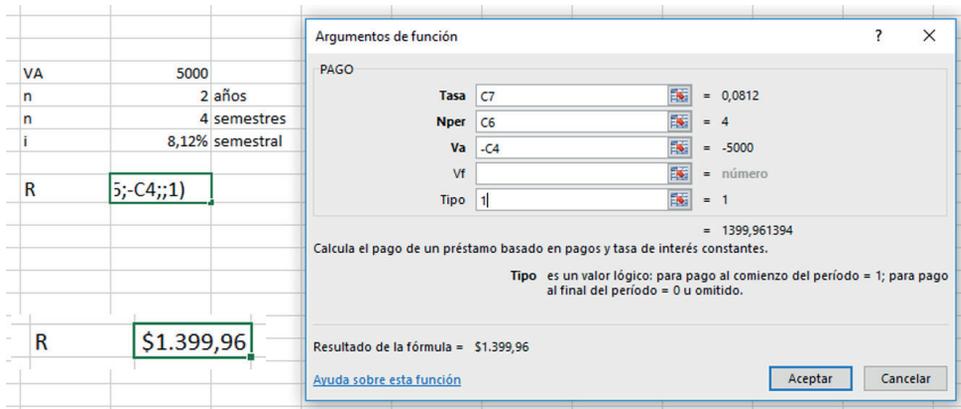
$$R = \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Sustituyendo datos queda:

$$R = \frac{5.000 * 8,12\% * (1 + 8,12\%)^{-1}}{[1 - (1 + 8,12\%)^{-4}]}$$

$$R = \$1.399,96$$

Con Excel:



De forma análoga para determinar el número de periodos de una anualidad anticipada se procede a despejar n, obteniéndose dos fórmulas.

a) Fórmula del número de periodos anticipados con valor futuro

$$R = \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{[(1 + i)^n - 1]}$$

$$R[(1 + i)^n - 1] = VF * i * (1 + i)^{-1}$$

$$[(1 + i)^n - 1] = \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{R}$$

$$(1 + i)^n = \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{R} + 1$$

Aplicando log a ambos lados de la ecuación

$$\log(1+i)^n = \log \left[ \frac{VF * i * (1+i)^{-1}}{R} + 1 \right]$$

$$n \log(1+i) = \log \left[ \frac{VF * i * (1+i)^{-1}}{R} + 1 \right]$$

Finalmente

$$n = \frac{\log \left[ \frac{VF * i * (1+i)^{-1}}{R} + 1 \right]}{\log(1+i)} \quad (44)$$

Note que, si la tasa es anual, el número de periodos será en años y así para cada periodo de tiempo.

b) Fórmula del número de períodos anticipados con valor futuro

$$R = \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{[1 - (1+i)^{-n}]}$$

$$R[1 - (1+i)^{-n}] = VA * i * (1+i)^{-1}$$

$$[1 - (1+i)^{-n}] = \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{R}$$

$$-(1+i)^{-n} = \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{R} - 1$$

Multiplicando por (-1) ambos lados de la ecuación

$$(1+i)^{-n} = 1 - \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{R}$$

Aplicando log a ambos lados de la ecuación

$$\log(1+i)^{-n} = \log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{R} \right]$$

$$-n \log(1+i) = \log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1+i)^{-1}}{R} \right]$$

Finalmente

$$-n = \frac{\log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{R} \right]}{\log (1 + i)}$$

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{R} \right]}{\log (1 + i)} \quad (45)$$

### Ejemplo:

Hallar para cierto tiempo se pidió un dinero, cuyo valor futuro es de \$9.000, a una tasa del 6,24% cuatrimestral si se paga de forma cuatrimestral adelantado \$ 125.

Datos:

VF	\$ 9.000	
R	125	
I	6,24%	Cuatrimestral

### FÓRMULA

$$n = \frac{\log \left[ \frac{VF * i * (1 + i)^{-1}}{R} + 1 \right]}{\log (1 + i)}$$

Sustituyendo datos queda:

$$n = \frac{\log \left[ \frac{9.000 * 6,24\% * (1 + 6,24\%)^{-1}}{125} + 1 \right]}{\log (1 + 6,24\%)}$$

$$n = 27.33 \text{ pagos cuatrimestrales}$$

Con Excel:

The image shows an Excel spreadsheet with the following data:

VF	9000	
R	125	
i	6,24%	Cuatrimestra
n	=C4	Cuatrimestra
n	\$27,33	Cuatrimestral

The 'Argumentos de función' dialog box for the NPER function is open, showing the following arguments:

- Tasa: C6 = 0,0624
- Pago: C5 = 125
- Va: = número
- Vf: -C4 = -9000
- Tipo: 1 = 1

The result of the formula is \$27,33. The dialog box also includes the text: "Devuelve el número de pagos de una inversión, basado en pagos constantes y periódicos y una tasa de interés constante." and "Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido."

### Ejemplo:

Hallar para cuanto tiempo se pidió un dinero, cuyo valor actual es de \$ 4.350; a una tasa del 5,12% trimestral si se paga de forma con bonos anticipados de \$ 500 trimestralmente

Datos:

VA	4.350	
R	500	trimestrales
i	5,12%	trimestral

### FÓRMULA

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{R} \right]}{\log (1 + i)}$$

Sustituyendo datos queda:

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{4.350 * 5,12\% * (1 + 5,12\%)^{-1}}{500} \right]}{\log (1 + 5,12\%)}$$

$n=11,04$  pagos trimestrales

Con Excel:

VA	4350
R	500 trimestrales
i	5,12% trimestral
n	=5;-C4;;1) Trimestral
n	\$11,04 Trimestral

**Argumentos de función** ? X

**NPER**

Tasa	C6	= 0,0512
Pago	C5	= 500
Va	-C4	= -4350
Vf		= número
Tipo	1	= 1

= 11,03900723

Devuelve el número de pagos de una inversión, basado en pagos constantes y periódicos y una tasa de interés constante.

**Tasa** es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Resultado de la fórmula = \$11,04

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 6

### Renta y número de periodos en anualidades anticipadas

1. En una tienda se vende una bicicleta por \$ 320 al contado mediante 5 abonos mensuales anticipados. Si el interés que aplica la tienda es de 32,4% convertible mensualmente, calcule el valor del pago **Rta: \$ 67,45**

<b>j</b>	32,40%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	2,70%	MENSUAL
<b>N per</b>	5	ABONOS MENSUALES
<b>VA</b>	\$ 320,00	
<b>PAGO</b>	\$ 67,45	

2. Nancy debe pagar \$ 16.500 dentro de 2 años y, para reunir esta cantidad, decide hacer 12 depósitos bimestrales en una cuenta de inversión que rinde 1.2% bimestral de interés. ¿De cuánto deben ser sus depósitos si hoy realiza el primero? **Rta: \$ 1. 271,34**

<b>TASA</b>	1,20%	BIMESTRAL
<b>N per</b>	12	DEPÓSITOS MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 16.500,00	
<b>PAGO</b>	\$ 1.271,34	

3. ¿Cuál es la renta semestral adelantada equivalente a una renta mensual adelantada de \$ 240, si el interés es de 22,52% anual convertible mensualmente? **Rta: 1.375,29**

PAGO	\$ 240,00	
j	22,52%	CM
m	12	
TASA	1,88%	MENSUAL
N per	6	ABONOS MENSUALES
VA	\$ 1.375,29	

4. Un profesional joven desea reunir \$ 8.000 en 5 años para dedicarse a viajar un tiempo. Si la tasa de interés de mercado es de 13,2% capitalizable al mes, y bajo el supuesto de que en todo ese tiempo no cambia dicha tasa de interés, ¿cuánto deberá depositar cada mes con el objeto de reunir la cantidad que desea exactamente antes de realizar el último depósito, suponiendo que inicie sus depósitos de inmediato? **Rta: \$ 95,98**

j	13,20%	CM
m	12	
TASA	1,10%	MENSUAL
N per	59	P. MENSUALES
VA	\$ 8.000,00	
PAGO	\$ 95,98	

5. En un almacén se vende un comedor por \$ 1.600 al contado, o mediante pagos mensuales anticipados de \$ 116,20. Si el interés es de 29,40% convertible mensualmente, ¿cuántos pagos es necesario hacer? **Rta: 17**

VA	\$ 1.600	
PAGO	116,2	P. MENSUALES
j	29,40%	CM
m	12	
TASA	2,45%	MENSUAL
N PER	17	PAGOS

6. Paola piensa jubilarse luego de reunir \$ 80.000 mediante depósitos mensuales de \$ 207,6 de las ganancias que obtiene de su negocio. Si invierte sus depósitos a una tasa de interés de 0,25% mensual e inicia a partir del día de hoy, ¿en cuánto tiempo reunirá la cantidad que desea?

**Rta: 22,48 años.**

<b>VF</b>	\$ 80.000	
<b>PAGO</b>	207,6	P. MENSUALES
<b>TASA</b>	0,25%	MENSUAL
<b>NPER</b>	269,72	ABONOS AL MES
<b>TIEMPO</b>	22,48	AÑOS

### 3.8 Anualidades diferidas

Las anualidades diferidas son aquellas que postergan el pago a un periodo posterior al de la compra, muchos almacenes ofertan a sus clientes con este tipo de anualidad. Los anuncios utilizados a menudo son: “Compre hoy y pague luego”; “Lleve su regalo en esta navidad y pague desde Marzo”.

Las anualidades de este tipo no requieren fórmulas nuevas, basta con saber el periodo de tiempo que se posterga el pago, y con las mismas fórmulas de las anualidades simples, ciertas, vencidas o anticipadas pueden ser resueltos los problemas.

#### Valor futuro y valor actual de las anualidades diferidas

##### Ejemplos:

Calcular el valor actual de una renta trimestral de \$2.500 durante 2 años, si el primer pago trimestral se realiza dentro de 3 años y el interés es de 4,02% trimestral.

El problema se puede realizar de dos formas diferentes:

- a) Con anualidades vencidas

**Datos:**

CON ANUALIDAD VENCIDA		
PAGO	\$ 2.500	
NPER	2	Años
TASA	4,02%	TRIMESTRAL
m	4	TRIMESTRAL
NPER (pagos)	8	
VA - VF	\$16.817,97	
Diferido	3	Años
NPER (dif.)	11	TRIMESTRAL
VA	\$ 10.901,55	

**Observaciones:**

La renta trimestral de 2.500 dólares se considera como el pago trimestral a realizar, el tiempo de 2 años considerando una tasa trimestral nos da el número de periodos que retenemos el dinero es decir 8 pagos trimestrales, la tasa del 4,02% trimestral, nos da el resultado del valor actual, el mismo que se convierte en valor futuro para el siguiente cálculo.

NPER (dif.) se obtiene multiplicando m por el tiempo diferido de tres años restando 1, lo cual da 11 periodos trimestrales, que junto con la tasa y el VA – VF nos da el cálculo del valor actual pedido

b) Con anualidades anticipadas

Datos:

CON ANUALIDAD ANTICIPADA		
PAGO	\$ 2.500	
NPER	2	años
TASA	4,02%	TRIMESTRAL
m	4	TRIMESTRAL
NPER (pagos)	8	
VA - VF	\$ 17.494,05	
Diferido	3	años
NPER (dif.)	12	TRIMESTRAL
VA	\$ 10.901,55	

Observaciones:

La renta trimestral de 2500 dólares se considera como el pago trimestral a realizar, el tiempo de 2 años considerando una tasa trimestral nos da el número de periodos que retenemos el dinero es decir 8 pagos trimestrales, la tasa del 4,02% trimestral, nos da el resultado del valor actual, el mismo que se convierte en valor futuro para el siguiente cálculo. (En Excel, en la casilla tipo escogemos la opción 1 que corresponde a una anualidad anticipada).

The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet and a dialog box for the 'VA' (Present Value) function. The spreadsheet table is as follows:

CON ANUALIDAD ANTICIPADA	
Pago	2500
n	2 años
i	4,02% TRIMESTRAL
m	4 TRIMESTRAL
NPER (pagos)	8
VA - S	=J2:H26;:1
diferido	3 años
nper (dif)	12 TRIMESTRAL
VA	\$0,00

The 'Argumentos de función' dialog box shows the following arguments for the 'VA' function:

- Tasa: H28 = 0,0402
- Nper: H30 = 8
- Pago: -H26 = -2500
- Vf: (empty) = número
- Tipo: 1 = 1

Resultado de la fórmula = \$17.494,05

El VA es considerado como monto S (VA – S) para el siguiente cálculo, donde se debe tomar en cuenta el nper (dif) en forma trimestral, que en nuestro ejemplo al ser tres años representa 12 trimestres.

CON ANUALIDAD ANTICIPADA	
Pago	2500
n	2 años
i	4,02% trimestral
m	4 trimestral
NPER (pagos)	8
VA - S	\$17.494,05
diferido	3 años
nper (dif)	12 trimestral
VA	= (S2;-H50)

Argumentos de función

VA

Tasa H47 = 0,0402

Nper H52 = 12

Pago = número

Vf -H50 = -17494,05265

Tipo = número

= 10901,54962

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Vf es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.

Resultado de la fórmula = \$10.901,55

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Calcular el valor actual de una renta mensual de \$ 7.250 durante 1 años, si el primer pago mensual se realiza dentro de 2 años y el interés es de 0,12% mensual

a) Con anualidades vencidas

Datos:

CON ANUALIDAD VENCIDA		
PAGO	\$ 7.250	
NPER	1	Años
TASA	0,12%	Mensual
m	12	Mensual
NPER (pagos)	12	
VA - VF	\$ 86.325,18	
diferido	2	Años
NPER (dif)	23	Mensual
VA	\$ 83.976,58	

**Observaciones:**

La renta mensual de 7.250 dólares se considera como el pago mensual a realizar, el tiempo de 1 años considerando una tasa mensual nos da el número de periodos que retenemos el dinero es decir 12 pagos mensuales, la tasa del 0,12% mensual, nos da el resultado del valor actual, el mismo que se convierte en valor futuro para el siguiente cálculo.

NPER (dif.) se obtiene multiplicando m por el tiempo diferido de dos años restando 1, lo cual da 23 periodos mensuales, que, junto con la tasa, y él VA - VF nos da el cálculo del valor actual pedido.

a) Con anualidades anticipadas

**Datos:**

CON ANUALIDAD ANTICIPADA		
Pago	\$ 7.250	
n	1	años
i	0,12%	mensual
m	12	mensual
NPER (pagos)	12	
VA - VF	\$ 86.428,77	
diferido	2	años
NPER (dif)	24	mensual
VA	\$ 83.976,58	

**Observaciones:**

**La renta mensual de 7.250 dólares** se considera como el pago mensual a realizar, el tiempo de 1 años considerando una tasa mensual nos da el número de periodos que retenemos el dinero es decir 12 pagos mensuales, la tasa del 0,12% mensual, nos da el resultado del valor actual, el mismo que se convierte en valor futuro para el siguiente cálculo. (en Excel, en la casilla tipo escogemos la opción 1 que corresponde a una anualidad anticipada).

CON ANUALIDAD ANTICIPADA	
Pago	7250
n	1 años
i	0,12% mensual
m	12 mensual
NPER (pagos)	12
VA - S	D;-H26;;1
diferido	2 años
nper (dif)	24 mensual
VA	\$0,00

Argumentos de función

VA

Tasa H28 = 0,0012

Nper H30 = 12

Pago -H26 = -7250

Vf 1 = número = 86428,77334

Tipo 1 = 1

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

**Vf** es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.

Resultado de la fórmula = \$86.428,77

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

El VA es considerado como monto VF ( $VA - VF$ ) para el siguiente cálculo, donde se debe tomar en cuenta el NPER (dif) en forma mensual, que en nuestro ejemplo al ser dos años representa 24 periodos mensuales.

CON ANUALIDAD ANTICIPADA	
Pago	7250
n	1 años
i	0,12% mensual
m	12 mensual
NPER (pagos)	12
VA - S	\$86.428,77
diferido	2 años
nper (dif)	24 mensual
VA	{33;;-H31}

Argumentos de función

VA

Tasa H28 = 0,0012

Nper H33 = 24

Pago 1 = número

Vf -H31 = -86428,77334

Tipo 1 = número = 83976,57672

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

**Pago** es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

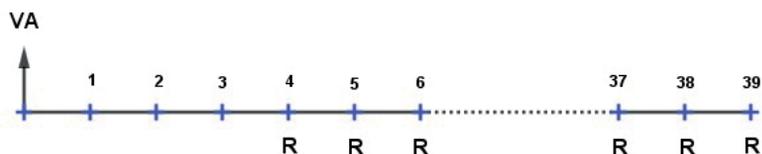
Resultado de la fórmula = \$83.976,58

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

### 3.9 Cálculo de la renta, tiempo y tasa en una anualidad diferida

Para el cálculo de la renta en una anualidad diferida se tienen dos opciones como se podrá visualizar en los gráficos adjuntos.

- a) Flujo de caja de una anualidad vencida de 36 pagos que se comienza a pagar desde el mes cuarto.



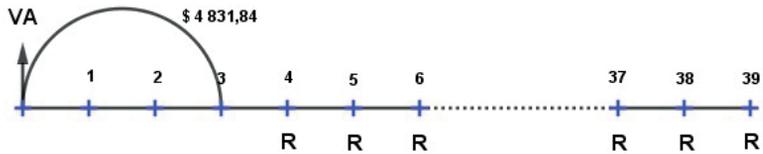
## Procedimiento

1. Se lleva el valor actual al mes tres y se determina su monto, el interés con él que se calcula deberá ser nominal mensual. Suponga para el ejemplo un 2,4% mensual, VA \$ 4.500

$$VF = VA * (1 + i)^n$$

$$VF = 4.500 * (1 + 2,4\%)^3 = \$ 4.831,84$$

El valor futuro VF se convierte en valor actual VA, para el análisis del pago R



2. Se determina el valor de los pagos con la fórmula deducida número (38), para anualidades vencidas

$$R = \frac{VA * i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

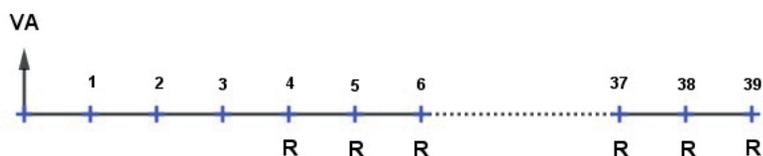
Datos con excel

VA	\$ 4.831,84	
NPER	36	depósitos
TASA	2,40%	mensual
PAGO	\$ 201,96	

En forma analítica:

$$R = \frac{4831,84 * 2,40\%}{[1 - (1 + 2,40\%)^{-36}]} = \$ 201,96$$

- a) Flujo de caja de una anualidad vencida de 36 pagos que se comienza a pagar desde el mes cuarto.



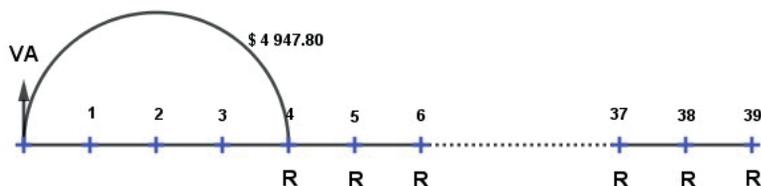
### Procedimiento

1. Se lleva el valor actual al mes cuatro y se determina el monto, el interés con él que se calcula deberá ser nominal mensual. Suponga para el ejemplo un 2,4% mensual, VA \$ 4.500

$$VF = VA * (1 + i)^n$$

$$VF = 4.500 * (1 + 2,4\%)^4 = \$ 4.947,80$$

El valor futuro VF se convierte en valor actual VA, para el análisis del pago R



2. Se determina el valor de los pagos con la formula deducida número (42), para anualidades anticipadas

$$VA = R * \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)$$

Datos con Excel

<b>VA</b>	\$ 4.947,80	
<b>NPER</b>	36	Depósitos
<b>TASA</b>	2,40%	Mensual
<b>PAGO</b>	\$ 201,96	

En forma analítica:

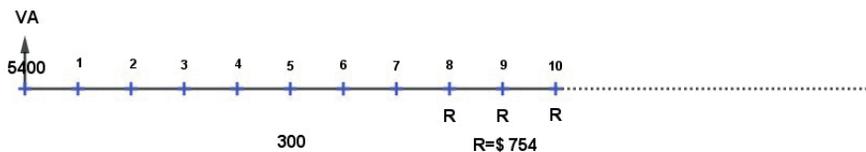
$$R = \frac{4948,80 * 2,40\%}{[1 - (1 + 2,40\%)^{-36}](1 + 2,40\%)} = \$ 201,96$$

Para el cálculo del tiempo se tiene un procedimiento análogo en Excel y de forma analítica basta con tener las fórmulas deducidas número (39) y (40) para las anualidades vencidas y anticipadas.

### Ejemplo:

Juan Carlos contrae hoy una deuda de \$ 5.400 que debe pagar mediante un abono de \$ 300 dentro de 5 meses y, después, tantos pagos mensuales de \$ 754 como sean necesarios hasta saldar el total, comenzando dentro de 8 meses. Si el interés al que se contrató el préstamo es de 37,68% capitalizable mensualmente, ¿cuántos pagos mensuales debe hacer? **Rta: 10**

El diagrama de flujo de caja sería:



### Procedimiento

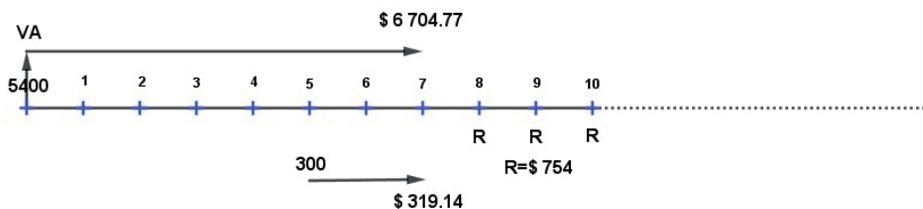
1. Se lleva el valor actual y el pago de 300 dólares al mes siete y se determina su deuda y pago, el interés con él que se calcula será del 37,68% capitalizable mensualmente.

$$VF = VA * (1 + j/m)^{mn}$$

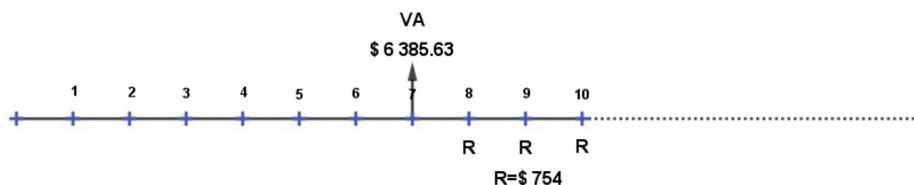
$$VF = 5.400 * (1 + 37,68\%/12)^7 = \$ 6.704,77$$

Con el pago:

$$VF = 300 * \left(1 + \frac{37,68\%}{12}\right)^2 = \$ 319,14$$



La deuda se resta del pago y el valor futuro se convierte en valor actual, para el análisis del número de pagos.



- Se determina el número de pagos con la fórmula deducida número (39), para anualidades vencidas.

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{VA * i}{R} \right]}{\log(1 + i)}$$

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{6385,63 * \frac{37,68\%}{12}}{754} \right]}{\log \left( 1 + \frac{37,68\%}{12} \right)} = 10 \text{ pagos}$$

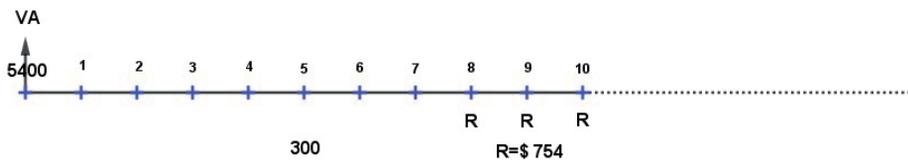
Con Excel

DEUDA	\$ 5.400	
NPER	7	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
VF	\$6.704,77	

ABONO	\$ 300	
NPER	2	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
VF	\$ 319,14	

VA	\$ 6.385,63	
PAGOS	\$ 754	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
NPER	10,00	pagos

El diagrama de flujo de caja sería:



### Procedimiento

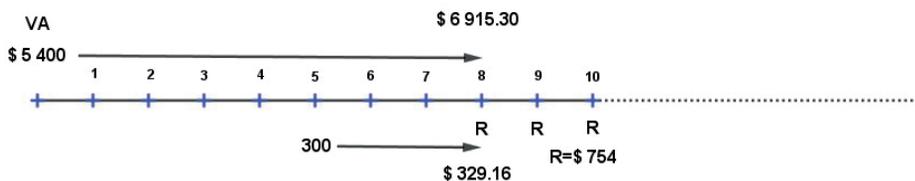
1. Se lleva el valor actual y el pago de 300 dólares al mes ocho y se determina su deuda y pago, el interés con él que se calcula será del 37,68% capitalizable mensualmente.

$$VF = VA * (1 + j/m)^{mn}$$

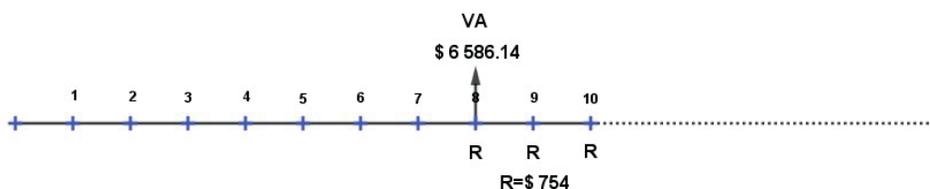
$$VF = 5.400 * (1 + 37,68\%/12)^8 = \$ 6.915,30$$

Con el pago:

$$VF = 300 * \left(1 + \frac{37,68\%}{12}\right)^3 = \$ 329,16$$



La deuda se resta del pago y el valor futuro se convierte en valor actual, para el análisis del número de pagos.



2. Se determina el número de pagos con la formula deducida de la página 35, para anualidades anticipadas.

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{VA * i * (1 + i)^{-1}}{R} \right]}{\log (1 + i)}$$

$$n = - \frac{\log \left[ 1 - \frac{6.586,14 * \left(1 + \frac{37,68\%}{12}\right)^{-1}}{754} \right]}{\log \left(1 + \frac{37,68\%}{12}\right)} = 10 \text{ pagos}$$

Con Excel:

DEUDA	\$ 5.400	
NPER	8	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
VF	\$ 6.915,30	

ABONO	\$ 300	
NPER	3	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
VF	\$ 329,16	

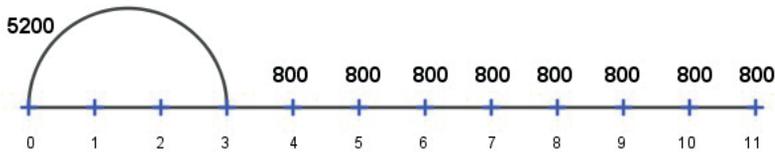
VA	\$ 6.586,14	
PAGOS	754	
j	37,68%	CM
m	12	
TASA	0,0314	mensual
NPER	10,00	pagos

### 3.10 Tasa de una anualidad diferida

Si para pagar una deuda de \$ 5.200 se hacen 8 pagos mensuales de \$ 800 comenzando 4 meses después de formalizar la operación, ¿cuál fue la tasa de interés que se cobró?

a) Con anualidades vencidas

Según el enunciado el diagrama de flujo sería el siguiente:



Para la determinación de la tasa se lleva los \$ 5.200 al mes tres, convirtiendo la anualidad en una anualidad vencida. Luego se determina en forma analítica la ecuación

$$5.200(1+i)^3 = 800 \left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right]$$

Despejando valores;

$$\frac{5.200}{800} = \frac{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right]}{(1+i)^3}$$

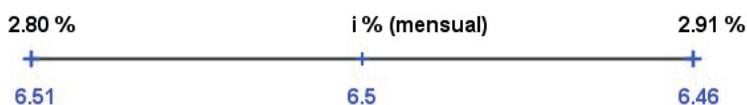
$$6,5 = \frac{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right]}{(1+i)^3}$$

Para obtener el resultado 6,5 colocamos valores en forma empírica a la tasa (i) mensual, en Excel se haría de la siguiente manera:

Se escoge una celda cualquiera colocando la fórmula:  $=((1-(1+i)^{-8})/i)/(1+i)^3$

		fx =+((1-(1+A4)^-8)/A4)/(1+A4)^A52				
A	B	C	D	E	F	
8						
3						
2,80%	6,51644369					
2,91%	6,46540527					

Note que los valores encontrados se sitúan en el dominio  $6,46 < 6,5 < 6,51$ . El proceso de interpolación realizado anteriormente determina el valor de la tasa.



$$m = \frac{6,46 - 6,51}{2,91\% - 2,80\%} = -46,39$$

$$m_1 = \frac{6,5 - 6,51}{i \% - 2,80\%} = \frac{-0,016}{i \% - 2,80\%}$$

Por ser las pendientes de una misma recta procedemos a igualarlas

$$m = m_1$$

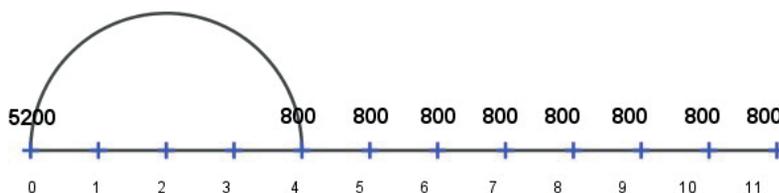
Toda cantidad puede ser reemplazada por su igual

$$-46,39 = \frac{-0,016}{i \% - 2,80\%}$$

Despejando se tiene  $i = 2,835\%$  mensual

b) Con anualidades anticipadas

Según el enunciado el diagrama de flujo sería el siguiente:



Para la determinación de la tasa se lleva los \$ 5.200 al mes cuatro, convirtiendo la anualidad en una anualidad anticipada. Luego se determina en forma analítica la ecuación

$$5.200(1+i)^4 = 800 \left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right] (1+i)$$

$$\frac{5.200}{800} = \frac{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right] (1+i)}{(1+i)^4}$$

¿Como se podrá notar la simplificación de la base  $(1+i)$  convierte a la ecuación en:

$$\frac{5.200}{800} = \frac{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} \right]}{(1+i)^3}$$

Cuyo desarrollo está determinado en el inciso anterior.

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 7

### Anualidades diferidas

#### Valor futuro, valor actual, renta y tiempo

1. En octubre, un almacén ofrece al público un plan de venta de “Compre ahora y pague después”. Con este plan el arquitecto Servín adquiere un escritorio, que recibe el 1 de noviembre, y que debe pagar mediante 12 mensualidades de \$ 180 a partir del 1 de enero del año siguiente. Si se considera un interés de 36% anual convertible mensualmente, ¿cuál es el valor al contado del mueble? **Rta: \$1.739,54**

<b>PAGO</b>	\$ 180	
<b>j</b>	36%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	3,00%	MENSUAL
<b>NPER</b>	12	P. MENSUALES
<b>VA (ENERO)</b>	\$1.791,72	
<b>VA (NOV)</b>	\$1.739,53	

2. Calcular el valor actual de una renta semestral de \$ 6.000 durante 7 años, si el primer pago semestral se realiza dentro de 3 años y el interés es de 17% semestral. **Rta: \$ 14.310,85**

<b>PAGO</b>	\$ 6.000	
<b>TIEMPO</b>	7	AÑOS
<b>NPER</b>	14	SEMESTRES
<b>TASA</b>	17%	SEMESTRAL
<b>VA</b>	\$ 36.709,68	
<b>TIEMPO</b>	3	AÑOS
<b>NPER</b>	6	SEMESTRES
<b>VA</b>	\$ 14.310,85	

3. ¿Cuál es el monto de la anualidad planteada en el ejemplo anterior? **Rta:**  
**\$ 282.616,03**

<b>PAGO</b>	\$ 6.000	
<b>TIEMPO</b>	7	AÑOS
<b>NPER</b>	14	SEMESTRES
<b>TASA</b>	17%	SEMESTRAL
<b>VF</b>	\$ 282.616,03	

4. El 14 de mayo del año 1 se depositaron \$ 100.000 en un fondo de inversiones con el objeto de retirar 10 mensualidades a partir del 14 de febrero del año 3. Si los intereses que gana la inversión son de 17,52% capitalizable cada mes, hallar el valor de las mensualidades que se podrán retirar. **Rta:**  
**\$ 14.459,14**

<b>VA</b>	\$ 100.000	
<b>NPER</b>	21	MESES
<b>j</b>	17,52%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,46%	MENSUAL
<b>VF</b>	\$ 135.578,87	
<b>VA (NOV)</b>	\$ 1.739,53	

<b>VA</b>	\$ 135.578,87	
<b>NPER</b>	10	P. MENSUALES
<b>TASA</b>	1,46%	MENSUAL
<b>PAGO</b>	\$ 14.459,14	

5. El valor al contado de una mesa de billar es de \$ 22.000. Se puede adquirir a crédito mediante 6 pagos bimestrales, el primero de los cuales debe realizarse 6 meses después de la adquisición. Si el interés que se carga es de 4% bimestral, ¿de cuánto deben ser los pagos? **Rta:** **\$ 4.539,22**

<b>VA</b>	\$ 22.000	
<b>TASA</b>	4%	BIMESTRAL
<b>NPER DIF</b>	3	BIMESTRES
<b>VF</b>	\$ 24.747,01	

<b>VA</b>	\$ 24.747,01	
<b>NPER</b>	6	P. BIMESTRALES
<b>TASA</b>	4%	BIMESTRAL
<b>PAGO</b>	\$ 4.539,22	

6. Si se depositan hoy \$ 8.000 en una cuenta de inversiones que paga 6% capitalizable mensualmente, ¿cuántos retiros mensuales de \$ 500 se podrán hacer comenzando dentro de 6 meses? **Rta: 17,159 a) Retirar 17 mensualidades de \$ 500 y una decimoctava de \$ \$ 79,52 b) Retirar 16 mensualidades de \$ 500 y una decimoséptima de \$579,13**

VA	\$ 8.000
j	6%
m	12
TASA	0.5%
NPER	6
VF	\$ 8.243,02
VA (NOV)	\$ 1.739,53

CM  
MENSUAL  
MESES

VA	\$ 8.243,02
TASA	0.5%
PAGO	500
NPER	17,159

MENSUAL  
P. MENSUAL

a)  $576,25 + 2,88 = 579,13$  y b)  $79,13 + 0,40 = 79,52$

Con una tabla de amortización se explica el literal a) y b)

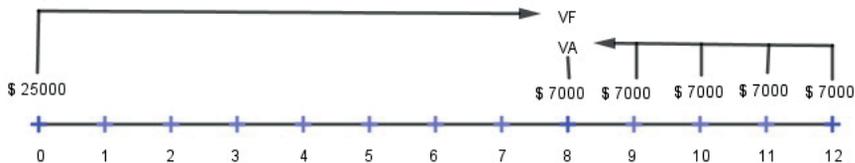
NÚMERO	CUOTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
				\$8.243,02
pago 1	500,00			7743,02
pago 2	500,00	38,72	461,28	7281,74
pago 3	500,00	36,41	463,59	6818,14
pago 4	500,00	34,09	465,91	6352,23
pago 5	500,00	31,76	468,24	5884,00
pago 6	500,00	29,42	470,58	5413,42
pago 7	500,00	27,07	472,93	4940,48
pago 8	500,00	24,70	475,30	4465,19
pago 9	500,00	22,33	477,67	3987,51
pago 10	500,00	19,94	480,06	3507,45
pago 11	500,00	17,54	482,46	3024,99
pago 12	500,00	15,12	484,88	2540,11
pago 13	500,00	12,70	487,30	2052,81
pago 14	500,00	10,26	489,74	1563,08
pago 15	500,00	7,82	492,18	1070,89
pago 16	500,00	5,35	494,65	576,25
pago 17	500,00	2,88	497,12	79,13
pago 18		0,40		79,52

7. Sibila contrae hoy una deuda de \$ 10.075 que debe pagar mediante un abono de \$ 3.000 dentro de 3 meses y, después, tantos pagos mensuales de \$ 725 como sean necesarios hasta saldar el total, comenzando dentro de 6 meses. Si el interés al que se contrató el préstamo es de 37,68% capitalizable mensualmente, ¿Cuántos pagos mensuales debe hacer? **Rta: 15 pagos.**

VA	\$ 10.075		
NPER	3	MESES	
j	37,68%	CM	
m	12		
TASA	3,14%	MENSUAL	
VF	\$ 11.054,18		
ABONO	\$ 3.000		
VA	\$ 8.054,18		
NPER	3	MESES	
VF	\$ 8.836,95		

VA	\$ 8.836,95	
PAGOS	725	
TASA	3,14%	MENSUAL
NPER	15	P. MENSUALES

8. Si para pagar una deuda de \$ 25.000 se hacen 5 pagos mensuales de \$7.000 comenzando 8 meses después de formalizar la operación, ¿cuál fue la tasa de interés que se cobró? **Rta: 3,43% mensual.**



Planteamiento: Se aplica la fórmula de una anualidad anticipada

$$VA = R \frac{[1 - (1 + i)^{-n}]}{i} (1 + i)$$

El valor de n corresponde a los 5 pagos; R representa el valor de los 5 pagos \$ 7.000; sustituyendo se tiene:

$$VA = 7.000 * \frac{[1 - (1 + i)^{-5}]}{i} (1 + i)$$

Se aplica la fórmula de interés compuesto

$$VF = VA * (1 + i)^n$$

Se sustituyen los valores tomando en cuenta que él VA=\$ 25.000 y n=8 meses

$$VF = 25.000 * (1 + i)^8$$

Se igualan los valores actuales y futuros VA=VF y se tiene:

$$7.000 * \frac{[1 - (1 + i)^{-5}]}{i} (1 + i) = 25.000 * (1 + i)^8$$

Realizando combinación de términos se llega a:

$$\frac{[1 - (1 + i)^{-5}] * (1 + i)}{i * (1 + i)^8} = \frac{25.000}{7.000}$$

Tabulando el valor de la tasa de interés mensual resulta: 3,43% mensual

9. Una persona que cumple hoy 33 años desea depositar en una inversión, que rinde 6% anual capitalizable mensualmente, una cantidad que le permita recibir \$ 10.000 mensuales durante 20 años, a partir del día en que cumpla 40 años. ¿Cuánto debe depositar? **Rta: \$ 918.071,29**

<b>PAGO</b>	\$ 10.000	
<b>TIEMPO</b>	20	AÑOS
<b>NPER</b>	240	MESES
<b>j</b>	6%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	0,50%	MENSUAL
<b>VA</b>	\$ 1.395.807,72	

<b>VF</b>	\$ 1.395.807,72	
<b>TASA</b>	0,50%	MENSUAL
<b>NPER DIF</b>	84	MESES
<b>VA</b>	\$ 918.071,29	

10. El 2 de mayo del año 1 se depositan \$ 15.000 y a partir del 2 de noviembre del año 3 y hasta el 2 de mayo del año 5 se depositan cada 6 meses \$ 8.000 en una cuenta que abona 8% semestral. ¿Cuánto se habrá acumulado al 2 de noviembre del año 10? **Rta: \$ 148.788,53**

<b>VA</b>	\$ 15.000	
<b>N PER</b>	19	semestres
<b>TASA</b>	8%	semestral
<b>VF1</b>	\$ 64.735,52	

<b>PAGO</b>	\$ 8.000	
<b>N PER</b>	4	
<b>TASA</b>	8%	semestral
<b>VF2</b>	\$ 38.932,81	

<b>VA</b>	\$ 38.932,81	
<b>N PER</b>	10	semestres
<b>TASA</b>	8%	semestral
<b>VF3</b>	\$ 84.053,01	

**VF1 + VF3**

**AL 02 DE NOV. (AÑO 10) \$ 148.788,53**

11. ¿Qué cantidad pagada durante cada uno de 5 trimestres es equivalente a \$ 5.000 pagados 21 meses después de realizar el primer pago trimestral, si el interés es de 16,9% capitalizable trimestralmente? **Rta: \$ 811,70**

<b>VF</b>	\$ 5.000	
<b>tiempo</b>	24	meses
<b>NPER</b>	8	trimestres
<b>j</b>	16,90%	CT
<b>m</b>	4	
<b>TASA</b>	4,23%	TRIMESTRAL
<b>VF</b>	\$ 3.590,83	

<b>VA</b>	\$ 3.590,83	
<b>NPER</b>	5	trimestres
<b>TASA</b>	4,23%	TRIMESTRAL
<b>PAGO</b>	\$ 811,70	

12. Un comerciante va a invertir \$ 100.000 en un lote de suéteres. La compra la va a hacer el 21 de abril y tiene un contrato para vender la mercancía el 21 de diciembre del mismo año, y cobrar mediante 3 pagos bimestrales

iguales, el primero el día de la venta. Si desea ganar 2,5% bimestral sobre su inversión, ¿De qué cantidad deben ser los pagos? **Rta: \$ 37.705,94**

<b>VA</b>	\$ 100.000		<b>VA</b>	\$ 110.381,29	
<b>NPER</b>	4	BIMESTRES	<b>NPER</b>	3	BIMESTRES
<b>TASA</b>	2,50%	BIMESTRAL	<b>TASA</b>	2,50%	BIMESTRAL
<b>VF</b>	\$ 110.381,29		<b>PAGO</b>	\$ 37.705,94	

13. Un automóvil que vale \$ 139.500 se vende mediante un enganche de 50% y el saldo en abonos mensuales de \$3.751 comenzando 6 meses después de la compra. Si el interés es de 18% capitalizable mensualmente ¿Cuántos abonos mensuales deben hacerse? Señale la solución matemática y la solución práctica. **Rta: La solución matemática y la práctica son iguales: n = 24 abonos mensuales**

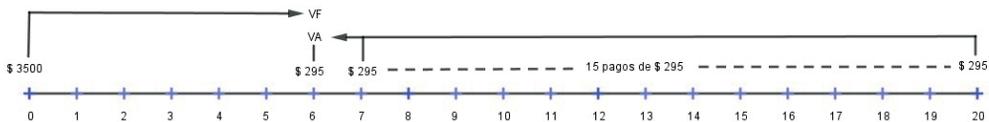
<b>VA</b>	\$ 139.500		<b>VA</b>	\$ 76.267,67	
<b>ENTRADA 50%</b>	\$ 69.750		<b>PAGO</b>	\$3.751	
<b>j</b>	18%	CM	<b>TASA</b>	1,50%	MENSUAL
<b>m</b>	12		<b>NPER</b>	24	PAGOS
<b>TASA</b>	1,50%	MENSUAL			
<b>NPER</b>	6	MESES			
<b>VF</b>	\$ 76.267,67				

14. Una persona debe pagar \$ 11.000 dentro de 6 meses. ¿Con cuántos pagos bimestrales de \$ 2.187,63 podría liquidar su adeudo si el interés es de 19,76% convertible cada 2 meses, y realiza el primer pago dentro de 12 meses? **Rta: 6 pagos.**

VA	\$ 11.000	BIMESTRES CB BIMESTRAL	VA	\$ 12.122,98	
NPER	3		PAGO	\$ 2.187,63	
j	19,76%		TASA	3,29%	BIMESTRAL
m	6		NPER	6	PAGOS
TASA	3,29%				
VF	\$ 12.122,98				

15. Determine cuál de las dos siguientes operaciones fue contratada con una tasa efectiva anual más alta, si se trata de una deuda de \$ 3.500 contraída hoy: a) Pagar 15 mensualidades de \$ 295 comenzando dentro de 6 meses. b) Pagar 8 abonos bimestrales de \$ 540, comenzado dentro de 6 meses.

**Rta.** La opción a) es la más cara, pues fue contratada a una tasa efectiva anual de 24.53% contra una tasa efectiva anual de 21.76% de la opción b).



Planteamiento: Se aplica la fórmula de una anualidad anticipada

$$VA = R \frac{[1 - (1 + i)^{-n}]}{i} (1 + i)$$

El valor de n corresponde a los 15 pagos; R representa el valor de los 15 pagos \$ 295, sustituyendo se tiene:

$$VA = 295 * \frac{[1 - (1 + i)^{-15}]}{i} (1 + i)$$

Se aplica la fórmula de interés compuesto

$$VF = VA * (1 + i)^n$$

Se sustituyen los valores tomando en cuenta que él  $VA = \$ 3.500$  y  $n = 6$  meses

$$VF = 3.500 * (1+i)^6$$

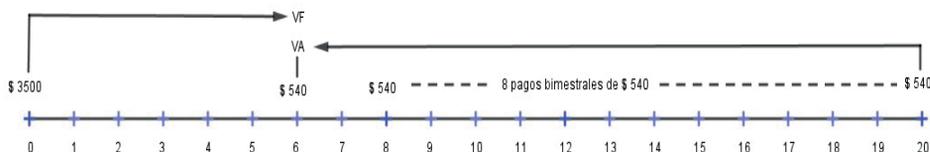
Se igualan los valores actuales y futuros  $VA = VF$  y se tiene:

$$295 * \frac{[1 - (1+i)^{-15}]}{i} (1+i) = 3.500 * (1+i)^6$$

Realizando combinación de términos se llega a:

$$\frac{[1 - (1+i)^{-15}] * (1+i)}{i * (1+i)^6} = \frac{3.500}{295}$$

Tabulando el valor de la tasa de interés mensual resulta: 1,845% mensual



Planteamiento: Se aplica la fórmula de una anualidad anticipada

$$VA = R \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i} (1+i)$$

El valor de  $n$  corresponde a los 8 pagos bimestrales;  $R$  representa el valor de los 8 pagos de \$ 540, sustituyendo se tiene:

$$VA = 540 * \frac{[1 - (1+i)^{-8}]}{i} (1+i)$$

Se aplica la fórmula de interés compuesto

$$VF = VA * (1+i)^n$$

Se sustituyen los valores tomando en cuenta que el VA=\$ 3.500 y tiempo=3 meses, que corresponde a tres bimestres; n=3

$$VF=3500 * (1+i)^3$$

Se igualan los valores actuales y futuros  $VA=VF$  y se tiene:

$$540 * \frac{[1 - (1+i)^{-8}]}{i} (1+i) = 3.500 * (1+i)^3$$

Realizando combinación de términos se llega a:

$$\frac{[1 - (1+i)^{-8}] * (1+i)}{i * (1+i)^3} = \frac{3.500}{540}$$

Tabulando el valor de la tasa de interés bimensual resulta: 3,336% bimensual.

Ahora se convierten las tasas mensuales y bimestrales en tasas efectivas anuales equivalentes para determinar la más alta

$$(1 + i_m)^m = (1 + i)$$

$$(1 + i_m)^m - 1 = i$$

Sustituyendo se tiene

$$(1+1,845\%)^{12}-1=i$$

$$24,53\%=i$$

Se procede también a realizar el mismo proceso con la tasa bimensual

$$(1+i_b)^b=(1+i)$$

$$(1+i_b)^b-1=i$$

Sustituyendo se tiene

$$(1+3,336\%)^6-1=i$$

$$21,76\%=i$$

tasa efectiva anual más alta: Opción a)

16. Una empresa inmobiliaria solicita un préstamo para llevar a cabo la construcción de una casa. El banco le concede \$ 3 millones, los cuales deberá liquidar en un plazo de 2 años, con 6 meses de gracia. Si la tasa de interés aplicable a este tipo de préstamo es de 26,4% anual convertible mensualmente ¿Cuál es el monto de cada uno de los 18 pagos mensuales que deberá realizar la constructora? **Rta: \$ 232.045,56**

<b>VA</b>	\$ 3'000.000	
<b>j</b>	26,40%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	2,20%	MENSUAL
<b>NPER</b>	18	MESES
<b>NPER DIF</b>	6	MESES

<b>ANUALIDAD (i)</b>	12,93	
<b>PAGO</b>	VA / ANUALIDAD (i)	
<b>PAGO</b>	\$ 232.045,56	BIMESTRAL

17. A fin de prepararse para el primer pago que debe efectuar, la empresa inmobiliaria del ejercicio anterior, decide efectuar tres depósitos mensuales, a partir del cuarto mes posterior a aquel en que le otorgaron el préstamo, en una cuenta de inversión que paga 12,6% de interés anual convertible mensualmente, ¿De qué importe deben ser los depósitos para que la empresa pueda cubrir con el monto que se acumule el primer pago del préstamo? **Rta: \$ 76.542,02**

<b>VF</b>	\$ 232.045,56	
<b>j</b>	12,60%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,05%	MENSUAL
<b>NPER</b>	3	P. MENSUAL
<b>PAGO</b>	\$ 76.542,02	



# MATEMÁTICA FINANCIERA: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

## BLOQUE TEMÁTICO 4

### ANUALIDADES GENERALES Y AMORTIZACIÓN

- 4.1 Anualidades ciertas caso general
- 4.2 Conversión de una anualidad general en una anualidad simple
- 4.3 Monto y valor actual de las anualidades generales ciertas ordinarias
- 4.4 Cálculo de la renta, tiempo y tasa de interés de una anualidad general cierta ordinaria
- 4.5 Introducción a la amortización
- 4.6 Tablas y fondo de amortización

#### 4.1 Anualidades ciertas caso general

Los problemas de anualidades estudiados hasta este momento han sido únicamente del tipo de anualidades ciertas simples; esto es, aquellas anualidades donde el periodo de capitalización coincide con los plazos en que se efectúa el pago. En este capítulo se estudiarán las anualidades generales ciertas. Una anualidad general es aquella en la cual no coinciden los periodos de capitalización con los periodos de pago, por lo que se debe tener muy en cuenta las tasas equivalentes estudiadas en capítulos anteriores.

Los elementos predominantes en este capítulo se describen así:

VA=Valor actual

VF=Valor futuro

$i$ =Tasa de interés

$j$ =Tasa nominal

$m$ =Periodos de capitalización

$n$ =Periodo de tiempo que el dinero esta prestado o produciendo

Destreza a ser utilizada:

Determinación de una tasa equivalente

#### 4.2 Conversión de una anualidad general en una anualidad simple

Una anualidad general puede convertirse en una anualidad simple si se utiliza una tasa equivalente, esta debe ser coincidente con el tiempo en que se realizan los pagos.

Por ejemplo, si los pagos se realizan cada mes y la tasa se capitaliza en forma trimestral, se está al frente de una anualidad general, que se convertiría en simple si se utiliza una tasa equivalente a la trimestral expresada en meses.

ANUALIDAD GENERAL	ANUALIDAD SIMPLE
interés: 8% semestral	el interés semestral ( $i_s$ ) se convierte en una tasa equivalente mensual ( $i_m$ ).
	$(1+i_s)^s=(1+i_m)^m$
nper: 10 pagos mensuales	$(1+8\%)^2=(1+i_m)^{12}$
	$i^m=1,29\%$
	nper: 10 pagos mensuales

### Ejemplo

#### 4.3 Valor futuro y valor actual de las anualidades generales ciertas ordinarias

Para determinar el monto o valor actual de una anualidad general, se debe en primer lugar identificar la anualidad general (el periodo de capitalización y los pagos en tiempos diferentes), luego se procede a realizar el ejercicio como una anualidad vencida o anticipada, teniendo en cuenta utilizar una tasa equivalente al tiempo en que se realizan los pagos.

**Ejemplo:**

A qué cantidad pagada el día de hoy equivalen 15 pagos mensuales de 120 dólares si el interés es del 8,06% convertible semestralmente

1. Identificamos el tipo de anualidad (pagos mensuales versus capitalización semestral). Corresponde a una anualidad general
2. La anualidad general se la puede determinar con la fórmula de una anualidad vencida siempre y cuando se determine una tasa equivalente igual al tiempo de pago, en este caso debe ser una tasa mensual.

Conversión a una tasa equivalente:

NOMINAL – EFECTIVA MENSUAL

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m = (1 + i)^{m_1}$$

$j=8,06\%$  CS

$m=2$

$m_1=12$

$i$ =tasa mensual

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/m_1} - 1$$

$$i = \left(1 + \frac{8,06\%}{2}\right)^{2/12} - 1$$

$$i = 0,661\% \text{ mensual}$$

Con la fórmula de anualidad vencida

$$VF = R * \frac{[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

Sustituyendo valores

$$VF = 120 * \frac{[(1 + 0,661\%)^{15} - 1]}{0,661\%} = \$1.885,67$$

## GESTIÓN DE APRENDIZAJE 1

1. ¿Cuál es el monto de una renta de \$ 3.320 que se paga durante 10 bimestres vencidos, si el interés es de a) 5,4% trimestral? b) 31% efectivo anual? c) 1,7% mensual? **Rta: a) \$ 39.071,49 b) \$ 40.993,39 c) \$ 38.820,49**

a)

TASA	5,40%	TRIMESTRAL		PAGO	\$ 3.320	
TRIMESTRAL	4			NPER	10	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRAL	6			TASA	3,57%	BIMESTRAL
TASA	3,57%	BIMESTRAL		VF	\$ 39.071,49	

b)

TASA	31,00%	EA		PAGO	\$ 3.320	
ANUAL	1			NPER	10	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRAL	6			TASA	4,60%	BIMESTRAL
TASA	4,60%	BIMESTRAL		VF	\$ 40.993,39	

c)

TASA	1,70%	MENSUAL		PAGO	\$ 3.320	
MENSUAL	12			NPER	10	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRAL	6			TASA	3,43%	BIMESTRAL
TASA	3,43%	BIMESTRAL		VF	\$ 38.820,49	

2. ¿A qué cantidad pagada el día de hoy equivalen 25 pagos quincenales de \$280 si el interés es de 25% convertible semestralmente? **Rta. \$ 6.176,89**

TASA	25,00%	CS		PAGO	\$ 280	
SEMESTRAL	2			NPER	25	PAGOS QUINCENALES
QUINCENAL	24			TASA	0,99%	QUINCENAL
TASA	0,99%	QUINCENAL		VA	\$ 6.176,89	

3. Para liquidar una deuda que contrae el día de hoy, Martín acuerda pagar 15 abonos mensuales vencidos de \$ 2.140 y un pago final de \$ 3.882,21, un mes después del último abono de \$ 2.140 si el interés convenido fue de 19% efectivo anual, ¿cuál fue el importe de la deuda? **Rta. \$ 31.719,82**

TASA	19,00%	EA		PAGO	\$ 2.140	
ANUAL	1			NPER	15	PAGOS MENSUALES
MENSUAL	12			TASA	1,46%	MENSUAL
TASA	1,46%	MENSUAL		VA	\$ 28.641,24	

VF	\$ 3.882,21	
NPER	16	MESES
TASA	1,46%	MENSUAL
VA	\$ 3.078,58	
VA TOTAL	\$ 31.719,82	

4. ¿Qué inversión acumula un monto mayor a 2 años: a) \$ 1.880 quincenales vencidos a 27% capitalizable bimestralmente? b) \$ 9.500 bimestrales vencidos a 1,125% efectivo quincenal? **Rta: La b): \$ 147.557,68 contra \$ 118.233,91 de la a).**

a)

TASA	27,00%	CB		PAGO	\$ 1.880	
BIMESTRAL	6			NPER	48	PAGOS QUINCENALES
QUINCENAL	24			TASA	1,11%	QUINCENAL
TASA	1,11%	QUINCENAL		VF	\$ 118.233,91	

b)

TASA	1,125%	QUINCENAL		PAGO	\$ 9.500	
QUINCENAL	24			NPER	12	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRAL	6			TASA	4,58%	BIMESTRAL
TASA	4,58%	BIMESTRAL		VF	\$ 147.557,68	

5. ¿Cuál es el valor al contado de un artículo que se vende mediante 12 pagos bimestrales anticipados de \$ 335; si el interés es de 28% capitalizable trimestralmente? **Rta: \$ 3.174,95**

TASA	28,00%	CT		PAGO	\$ 335	
TRIMESTRAL	4			NPER	12,00	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRAL	6			TASA	4,61%	BIMESTRAL
TASA	4,61%	BIMESTRAL		VA	\$ 3.174,95	

6. ¿Cuál es el valor al contado de un artículo que se vende mediante 20 pagos trimestrales anticipados de \$ 555, si el interés es de 8% capitalizable mensualmente? **Rta: \$ 9.245,83**

PAGO	\$ 555,00	
INTERÉS	8%	C.M.
MENSUAL	12	
TRIMESTRAL	4	
TASA	2,01%	TRIMESTRAL
NPER	20	P. TRIMESTRALES
VA	\$ 9.245,83	

7. ¿Cuál es el valor al contado de un artículo que se vende mediante 15 pagos quincenales anticipados de \$ 360; si el interés es de 6% capitalizable cuatrimestralmente? **Rta: 5.307,54**

PAGO	\$ 360,00	
INTERÉS	6%	C.C.
CUATRIMESTRAL	3	
QUINCENAL	24	
TASA	0,25%	QUINCENAL
NPER	15	P. QUINCENAL
VA	\$ 5.307,54	

8. ¿Cuál es el valor al contado de un artículo que se vende mediante 7 pagos mensuales anticipados de \$ 170, si el interés es de 9,5% semestral? **Rta: \$ 1.137,73**

PAGO	\$ 170,00	
INTERÉS	9,5%	SEMESTRAL
SEMESTRAL	2	
MENSUAL	12	
TASA	1,52%	MENSUAL
NPER	7	P. MENSUALES
VA	\$ 1.137,73	

9. ¿Cuál es el valor al contado de un artículo que se vende mediante 7 pagos mensuales de \$ 170, si el interés es de 9,5% semestral? **Rta: \$ 1.120,65**

PAGO	\$ 170,00	
INTERÉS	9,5%	SEMESTRAL
SEMESTRAL	2	
MENSUAL	12	
TASA	1,52%	MENSUAL
NPER	7	P. MENSUALES
VA	\$ 1.120,65	

10. Encontrar el monto de un conjunto de 3 pagos semestrales de \$ 6.500; si el interés es de 6,35% anual convertible cuatrimestralmente. **Rta: \$ 20.129,01**

TASA	6.35%	C.C.		PAGO	\$ 6.500	
CUATRIMESTRAL	3			NPER	3	PAGOS SEMESTRALES
SEMESTRAL	2			TASA	3,19%	SEMESTRAL
TASA	3,19%	SEMESTRAL		VF	\$ 20.129,01	

11. Encontrar el monto de un conjunto de 4 pagos trimestrales de \$ 5.000; si el interés es de 36% anual convertible mensualmente. **Rta: \$ 22.957,76**

TASA	36%	CM	PAGO	\$ 5.000	
MENSUAL	12		NPER	4	PAGOS TRIMESTRALES
TRIMESTRAL	4		TASA	9,27%	TRIMESTRAL
TASA	9,27%	TRIMESTRAL	VF	\$ 22.957,76	

12. Hallar el monto de una anualidad vencida de \$ 600.00 mensuales por un año, al 1,8% bimestral capitalizable cada semestre. **Rta: \$ 7.559,07**

PAGO	\$ 600,00	CADA MES
INTERÉS	1,8%	BCS
	6,00	
INTERÉS	10,80%	CS
SEMESTRAL	2	
MENSUAL	12	
TASA	0,880%	MENSUAL
NPER	12	P. MENSUALES
VF	\$ 7.559,07	

#### 4.4 Cálculo de la renta, tiempo y tasa de interés de una anualidad general cierta ordinaria

### GESTIÓN DE APRENDIZAJE 2

1. Para comprar una casa en condominio con valor de \$ 3.800.000 se debe pagar un enganche de 20% mediante 6 pagos mensuales vencidos. ¿Cuál debe ser el importe de los pagos si el interés es de 18% convertible semestralmente? **Rta: \$ 122.162,33**

TASA	18,00%	CS	NPER	6	PAGOS MENSUALES
SEMESTRAL	2		TASA	1,45%	MENSUAL
MENSUAL	12		VF	\$ 760.000,00	
TASA	1,45%	MENSUAL	PAGO	\$ 122.162,33	
		\$ 3.800.000,00			
	20% DE \$ 3.800.000,00	\$ 760.000,00			

2. ¿Qué cantidad bimestral durante 2 años es equivalente a 10 pagos trimestrales de \$ 4.500 cada uno si el interés es de 21% convertible semestralmente? **Rta: \$ 3.550,83**

Primero se debe encontrar el valor actual del antiguo plan de pagos. Para hacerlo se calcula la tasa equivalente trimestral:

TASA	21,00%	CS	PAGO	\$ 4500	
SEMESTRAL	2		NPER	10	PAGOS TRIMESTRALES
TRIMESTRAL	4		TASA	5,12%	TRIMESTRAL
TASA	5,12%	TRIMESTRAL	VA	\$ 34.547,91	

En segundo lugar, se determina el valor de los pagos bimestrales, para lo cual se debe calcular la tasa bimestral equivalente:

TASA	21,00%	CS		VA	\$ 34.547,91	
SEMESTRAL	2			NPER	12	PAGOS SEMESTRALES
BIMESTRES	6			TASA	3,38%	SEMESTRAL
TASA	3,38%	SEMESTRAL		R	\$ 3.550,83	

3. ¿Qué renta mensual anticipada es equivalente a una renta mensual vencida de \$ 8.000 si el interés es de 1,8% bimestral? **Rta: \$ 7.928,96**

TASA	1,80%	BIMESTRAL				
BIMESTRES	6			TASA	0,90%	MENSUAL
MENSUAL	12			VF	\$ 8.000,00	
TASA	0,90%	MENSUAL		R	\$ 7.928,96	

4. ¿Qué renta bimestral durante 5 años tiene un valor actual de \$ 182.500; si se considera un interés de 1,89% mensual? **Rta: \$ 10.319,13**

TASA	1,89%	MENSUAL		NPER	30	PAGOS BIMESTRALES
MENSUAL	12			TASA	3,82%	BIMESTRAL
BIMESTRES	6			VA	\$ 182.500,00	
TASA	3,82%	BIMESTRAL		PAGO	\$ 10.319,13	

5. ¿Qué renta pagada los días primero de junio, julio, agosto y septiembre equivale a un pago de \$ 3.720 realizado hoy primero de febrero si el interés es de 20,5% efectivo semestral? **Rta: \$ 1.102,70**

TASA	20,50%	SEMESTRAL		NPER	4	MESES
SEMESTRAL	2			TASA	3,16%	MENSUAL
MENSUAL	12			Ndif	3	
TASA	3,16%	MENSUAL		VA	\$ 3.720,00	
				PAGO	\$ 1.102,70	

6. ¿Qué pago quincenal es equivalente a uno trimestral de \$ 2.250; si el interés es de 22% capitalizable semestralmente? **Rta: \$ 366,89**

TASA	22%	CS		VF	\$ 2.250	
SEMESTRAL	2			NPER	6	QUINCENAS
QUINCENAL	24			TASA	0,87%	QUINCENAL
TASA	0,87%	QUINCENAL		PAGO	\$ 366,89	

7. Un empleado desea ahorrar \$ 115.000 en los próximos 2 años. Si puede hacer depósitos semanales en una cuenta que paga 0,25% mensual efectivo, ¿cuánto debe depositar cada semana, si se consideran 48 (12×4) semanas al año? **Rta: \$ 1.162,75**

TASA	0,25%	MENSUAL		VF	\$ 115.000,00	
MENSUAL	12			NPER	96	SEMANAS
SEMANAL	48			TASA	0,06%	SEMANAL
TASA	0,06%	SEMANAL		PAGO	\$ 1.162,75	

8. Si una persona desea acumular \$ 8.500 mediante depósitos semestrales de \$ 595,74 en una cuenta que rinde 2,5% bimestral, ¿cuántos depósitos debe hacer? **Rta: 10 DEPÓSITOS**

TASA	2,50%	BIMESTRAL		PAGO	\$ 595,74	
BIMESTRES	6			TASA	7,69%	SEMESTRAL
SEMESTRES	2			VF	\$ 8.500,00	
TASA	7,69%	SEMESTRAL		NPER	10,00	DEPÓSITOS SEMESTRALES

9. La Ingeniera Janice debe pagar un préstamo hipotecario que acaba de obtener para construir un edificio de departamentos en condominio. El importe del préstamo es de \$ 1'875.000 y lo debe liquidar con pagos mensuales de \$ 125.000 comenzando un mes después. Si el interés pactado es de 25% anual efectivo. ¿Cuántos pagos completos debe hacer? **Rta: 17,78**

TASA	25,00%	ANUAL		PAGO	\$ 125.000,00	
ANUAL	1			TASA	0,018769265	MENSUAL
MENSUAL	12			VA	\$ 1.875.000,00	
TASA	1,88%	MENSUAL		NPER	17,78	MENSUALES
17 PAGOS COMPLETOS MENSUALES						

10. El Economista Luna debe hacer 10 pagos bimestrales de \$ 5.650; comenzando dentro de dos meses. Si desea cambiar ese plan de pagos por otro en el que haga 15 pagos mensuales a partir del próximo mes, y se pactan los intereses a 12% anual efectivo, ¿Cuál debe ser el importe de los pagos mensuales? **Rta: \$ 3.663,79**

Primero se debe encontrar el valor actual del antiguo plan de pagos. Para hacerlo se calcula la tasa equivalente bimestral:

TASA	12,00%	ANUAL		PAGO	\$ 5.650	
ANUAL	1			NPER	10	PAGOS BIMESTRALES
BIMESTRES	6			TASA	1,91%	BIMESTRAL
TASA	1,91%	BIMESTRAL		VA	\$ 51.000,08	

En segundo lugar, se determina el valor de los pagos mensuales, para lo cual se debe calcular la tasa mensual equivalente:

TASA	12,00%	ANUAL		VA	\$ 51.000,08	
ANUAL	1			NPER	15	PAGOS MENSUALES
MENSUAL	12			TASA	0,95%	MENSUAL
TASA	0,95%	MENSUAL		PAGO	\$ 3.663,79	

11. A un empleado le ofrecen liquidarlo en la empresa donde trabaja mediante un pago en efectivo de \$ 95.000. Si en vez de aceptar esta suma desea recibir \$ 4.000 mensuales vencidos, ¿cuántos pagos de este valor debe recibir si se consideran intereses de 16% capitalizables semestralmente? Calcule el número de pagos. **Rta: 28,55**

TASA	16,00%	CS		PAGO	\$ 4.000	
SEMESTRES	2			TASA	1,29%	MENSUAL
MENSUAL	12			VA	\$ 95.000,00	
TASA	1,29%	MENSUAL		NPER	28,55	PAGOS MENSUALES

12. ¿Cuántos depósitos quincenales de \$ 120 cada uno serán necesarios para acumular \$ 9.200, si la tasa de interés es del 4% quimestral?

PAGO	120	c / quincenal
INTERÉS	4,0%	QUIMESTRAL
QUIMESTRAL	2,4	
QUINCENAL	24	
TASA	0,17%	QUINCENAL
VF	\$ 9.200,00	
NPER	72,24	P. QUINCENAL

#### 4.5 Introducción a la amortización

La amortización es un proceso financiero que consiste en terminar una deuda mediante pagos periódicos que pueden ser iguales o diferentes.

En matemática financiera, se tiene que pasar por el aprendizaje del interés compuesto y las anualidades, este es un prerequisite indispensable para abordar las amortizaciones, en donde los pagos sirven para cancelar los intereses y por lo tanto reducir la deuda.

En finanzas, la amortización se calcula en función de la cuota y el interés, y sirve para que la empresa pueda prevenir compras, devoluciones y acciones que generen utilidad a la organización.

#### 4.6 Tablas y fondo de amortización

Amortizar significa, pagar una deuda por medio de varias cuotas periódicas, generalmente de igual valor, incluyendo los intereses con los que trabajan cada entidad financiera, respetando las tasas de interés activas y pasivas vigentes para el sector financiero privado, público, popular y solidario.

En las entidades financieras del Ecuador, se manejan a través de dos tipos de sistemas de amortización, el francés y el alemán.

#### 4.6.1 Sistema francés

Este tipo de sistema se caracteriza por que las cuotas son iguales, el interés se cancela con cada pago sobre el saldo que disminuye periódicamente, lo que hace que el interés disminuya, y los valores del capital se incrementen.

#### 4.6.2 Sistema alemán

Este tipo de sistema se caracteriza por que las amortizaciones son iguales, los intereses y las cuotas son decrecientes, en este sistema el deudor debe tener una buena liquidez para enfrentar los primeros pagos.

En el Ecuador, las instituciones financieras se deben manejar a través de las tasas de interés activas efectivas, vigentes para el sector financiero privado, público, popular y solidario, impuestas por el Banco Central del Ecuador.

#### 4.6.3 Sistema americano

El sistema de amortización americano, se caracteriza por ser una forma de amortizar el capital, que ha sido prestado a través del pago periódico de intereses, y la devolución del principal a la finalización del mismo.

### Procedimiento para realizar una tabla de amortización (método francés)

**PASO 1:** En una hoja de Excel se procede a detallar capital pedido, interés nominal, efectivo, número de pagos.

Capital Pedido		
j		interés nominal
m		número de capitalizaciones al año
m1		número de capitalizaciones al año, igual al periodo de pago
TASA	$(1+B6/B7)^{(B7/B8)}-1$	interés efectivo igual periodo de pago
TIEMPO		tiempo de ocupación del dinero
NPER		tiempo de ocupación del dinero, igual al periodo de pago
PAGO	PAGO(B9;B11;-B5)	cuotas iguales que se pagara el préstamo

## Ejemplo

Se solicita un préstamo por 3.500 dólares pagaderos en año y medio a una tasa del 8,08% capitalizable semestralmente. Determine el valor mensual de cada pago.

Tomando en cuenta las instrucciones del cuadro anterior, se tiene:

	B		
	Capital pedido	3.500	
	j	8.08%	CT
	TRIMESTRAL	4	
	MENSUAL	12	
	TASA	0.67%	Mensual
	TIEMPO	1 año 6 meses	
<b>10</b>	NPER	18	Meses
	PAGO	\$207.03	Mensual

El pago mensual corresponde a un valor de \$ 207,03

Analíticamente, el proceso tiene las siguientes características

- La tasa es nominal trimestral y debe pasarse a una tasa efectiva mensual utilizando la fórmula:

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m = (1 + i)^{m_1}$$

Despejando se tiene

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/m_1} - 1$$

Donde,  $j=8,08\%$ ;  $m=4$ ;  $m_1=12$

- n corresponde al tiempo que va a utilizar el dinero que se pide, NPER, indica cuantos pagos mensuales son equivalentes a un año y seis meses
- El pago mensual se obtiene a través de la fórmula

$$R = \frac{VA * i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Donde, VA es el capital pedido, i la tasa efectiva mensual y n el número de periodos mensuales.

**PASO 2:** En Excel detallamos las componentes de una tabla de amortización (método francés)

**Número de cuotas**    **saldo inicial**    **cuotas**    **interés**    **amortización**    **saldo final**

**PASO 3:** En las celdas que se detallan a continuación formulamos las condiciones siguientes

	A	B	C	D	E	F
	Número de cuotas	saldo inicial	cuotas	interés	amortización	saldo final
	0					\$ 3.500,00
14		\$ 3.500,00	\$ 207,03	\$ 23,41	\$ 183,62	\$ 3.316,38

A

<b>Número de cuotas</b>	
0	
14	<b>=SI(FILA(A14)-13&gt;\$B\$10;"";FILA(A14)-13)</b>

Se debe tener en consideración la ubicación de la celda debajo del cero, en el caso concreto está ubicado en A14, también la ubicación de nper que será señalado con la opción F4, en el ejemplo está ubicado en la celda B10, que tendrá la señal de dólares cuando presionamos F4, **\$B\$10**, el número 13 que aparece en la formula descrita siempre será un número menos a la fila que corresponde A14.

Número de cuotas	saldo inicial
0	
<b>=SI(FILA(A14)-13&gt;\$B\$10;"";FILA(A14)-13)</b>	<b>=SI(A14="";"";F13)</b>

Debajo del saldo inicial procedemos a formular como se indica en la tabla, el dato F13 corresponde a la casilla donde está ubicado el saldo final.

Número de cuotas	saldo inicial	Cuotas
0		\$ 3,000.00
1	\$ 3.500,00	<b>=SI(A14="";"";\$B\$11)</b>

Debajo cuotas procedemos a formular como se indica en la tabla, el dato **\$B\$11** corresponde a la casilla donde está ubicada la cuota o pago.

Número de cuotas	saldo inicial	Cuotas	Interés
0			\$ 3.000,00
1	\$ 3.000,00	\$ 284,83	<b>=SI(A14="";"";F13*\$B\$9)</b>

Debajo interés procedemos a formular como se indica en la tabla, el dato **F13\*\$B\$9** corresponde a la multiplicación del saldo final con la tasa de interés.

Número de cuotas	saldo inicial	cuotas	Interés	Amortización
0				\$ 3.000,00
1	\$ 3.000,00	\$ 284,83	\$ 61,98	<b>=SI(A14="";"";C14-D14)</b>

Debajo de amortización procedemos a formular como se indica en la tabla, el dato **C14-D14** corresponde a la diferencia de la cuota con el interés.

Número de cuotas	saldo inicial	cuotas	interés	amortización	saldo final
0					\$ 3.000,00
1	\$ 3.000,00	\$ 284,83	\$ 61,98	\$ 222,85	=SI(A14="";"";F13-E14)

Debajo de saldo final procedemos a formular como se indica en la tabla, el dato F13-E14 corresponde a la diferencia del saldo final con la amortización.

El resultado final será:

Número de cuotas	saldo inicial	cuotas	interés	amortización	saldo final
0					\$ 3.000,00
1	\$ 3.000,00	\$ 284,83	\$ 61,98	\$ 222,85	\$ 2.777,15

El siguiente paso sería señalar toda la fila trabajada y copiar sus fórmulas hacia abajo una cantidad prudente para poder lograr una tabla que analice el número de cuotas.

### PROCEDIMIENTO PARA REALIZAR UNA TABLA DE AMORTIZACIÓN (MÉTODO ALEMAN).

Este procedimiento es análogo al anterior en los pasos 1, 2 y 3 la diferencia radica en la forma de obtener la amortización y las cuotas que se explicara a continuación.

Número de cuotas	saldo inicial	cuotas	interés	Amortización
0				
1	\$ 3.000,00		\$ 61,98	=SI(A14="";"";\$F\$13/\$B\$10)

Los valores de F13 y B10 corresponden respectivamente al capital pedido y al número de periodos, ambas expresiones aplicadas con f4, lo que da: \$F\$13/\$B\$10

Número de cuotas	saldo inicial	Cuotas	interés	Amortización
0				
1	\$ 3.000,00	=SI(A14="";";";D14+E14)	\$ 61,98	\$ 300,00

Los valores D14 y E14 corresponden al interés y la amortización.

A continuación, se realizarán tablas de amortizaciones con algunos ejemplos que se detallan a continuación.

### GESTIÓN DE APRENDIZAJE 3

1. Un gerente contrae hoy una deuda de \$ 8.000 a 18% convertible semestralmente que amortizará mediante 6 pagos semestrales iguales, R, el primero de los cuales vence dentro de 6 meses. ¿Cuál es el valor de R? Construya una tabla de amortización.

En forma analítica se aplica la fórmula (38) para determinar el pago

$$R = \frac{VA \cdot i}{[1 - (1+i)^{-n}]}$$

$$R = \frac{8.000 \cdot 18\%}{[1 - (1+18\%)^{-6}]} = 2.287,28$$

<b>CAPITAL</b>	\$ 8.000,00	
<b>TASA</b>	18%	SEMESTRAL
<b>NPER</b>	6	P. SEMESTRALES
<b>PAGO</b>	\$ 2.287,28	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				8000,00
1	2287,28	1440,00	847,28	7152,72
2	2287,28	1287,49	999,79	6152,93
3	2287,28	1107,53	1179,75	4973,17
4	2287,28	895,17	1392,11	3581,06
5	2287,28	644,59	1642,69	1938,37
6	2287,28	348,91	1938,37	0,00

2. Calcule el valor de los pagos y elabore una tabla de amortización para saldar un adeudo de \$ 4.000 con un interés de 36% convertible bimestralmente, si la deuda debe ser saldada al cabo de un año, haciendo pagos bimestrales que comienzan dentro de 2 meses.

<b>CAPITAL</b>	\$ 4.000,00	
<b>INTERÉS</b>	36%	C.B.
<b>TASA</b>	6%	BIMESTRAL
<b>NPER</b>	6	P. BIMESTRALES
<b>PAGO</b>	\$ 813,45	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				4000
1	813,45	240,00	573,45	3426,55
2	813,45	205,59	607,86	2818,69
3	813,45	169,12	644,33	2174,36
4	813,45	130,46	682,99	1491,37
5	813,45	89,48	723,97	767,41
6	813,45	46,04	767,41	0,00

3. En septiembre, un almacén ofrece en venta un aparato de televisión en \$990 a pagar en 6 abonos mensuales iguales con 36% de interés convertible mensualmente. El primer pago se debe realizar el 31 de enero del año siguiente. Si una persona adquiere uno de estos aparatos el 31 de octubre:
- a) ¿Cuál es el valor de cada uno de los pagos? b) Construya una tabla de amortización que muestre el comportamiento de la operación.

<b>VA</b>	\$ 1.081,80	
<b>INTERES</b>	36%	C.M.
<b>TASA</b>	3%	MENSUAL
<b>NPER</b>	6	P. MENSUALES
<b>PAGO</b>	\$ 199,70	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				990
31-oct		29,70	29,70	1019,70
30-nov		30,59	30,59	1050,29
31-dic		31,51	31,51	1081,80
31-ene	199,70	32,45	167,24	914,56
28-feb	199,70	27,44	172,26	742,30
31-mar	199,70	22,27	177,43	564,87
30-abr	199,70	16,95	182,75	382,12
31-may	199,70	11,46	188,23	193,88
30-jun	199,70	5,82	193,88	0,00

4. Una deuda de \$ 10.000 se debe amortizar mediante 5 pagos mensuales vencidos; los dos primeros por \$ 1.500 y el tercero y cuarto por \$ 2.000. Calcule el importe del quinto pago para saldar totalmente la deuda si la operación se pactó con un interés de 28% anual convertible mensualmente.

<b>INTERÉS</b>	28%	C.M.
<b>TASA</b>	2,33%	MENSUAL

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				10000
1	1500	233,33	1266,67	8733,33
2	1500	203,78	1296,22	7437,11
3	2000	173,53	1826,47	5610,64
4	2000	130,92	1869,08	3741,56
5	3828,86	87,30	3741,56	0,00

5. Es necesario elaborar una tabla de amortización de una deuda de \$ 12.000 a pagar en 3 meses mediante abonos vencidos, con 15% semestral con capitalización mensual, amortizando 60%, 25% y 15 % de la deuda en el primero, segundo y tercer pagos, respectivamente.

<b>INTERES</b>	15%	S.C.M.
<b>INTERES</b>	30%	C.M.
<b>TASA</b>	2,50%	MENSUAL

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				12000
1	7500,00	300,00	7200	4800
2	3120,00	120,00	3000	1800
3	1845,00	45,00	1800	0

6. Es necesario elaborar una tabla de amortización para un crédito que se contrata el 8 de julio por \$ 3.600 que debe pagarse mediante cuatro pagos bimestrales, si en los dos primeros meses se aplica una tasa de 18% anual y en los últimos dos meses de 14%; ambas con capitalización bimestral, y si, además, se debe amortizar una cuarta parte de la deuda por cada pago.

<b>INTERÉS</b>	18%	ANUAL
<b>TASA</b>	2,80%	BIMESTRAL

<b>j</b>	14%	C.B.
<b>m</b>	6	
<b>TASA</b>	2,33%	BIMESTRAL

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				3600
1	1000,69	100,69	900	2700
2	975,52	75,52	900	1800
3	942,00	42	900	900
4	921,00	21	900	0

7. Una pareja de recién casados adquiere una casa que cuesta \$ 120.000; Paga un enganche de \$ 20.000 y acuerda pagar el resto mediante 24 mensualidades iguales con 16.06 % de interés convertible mensualmente. Haga una tabla de amortización que muestre los dos primeros y los dos últimos meses de la operación.

<b>PRECIO</b>	\$120.000,00	
<b>ENGANCHE</b>	\$ 20.000,00	
<b>VA</b>	\$100.000,00	
<b>NPER</b>	24	P. MENSUALES
<b>INTERÉS</b>	16,06%	C.M.
<b>TASA</b>	1,34%	MENSUAL
<b>PAGO</b>	\$ 4.899,18	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				100000
1	4899,18	1338,33	3560,85	96439,15
2	4899,18	1290,68	3608,50	92830,65
3	4899,18	1242,38	3656,79	89173,86
4	4899,18	1193,44	3705,73	85468,12
5	4899,18	1143,85	3755,33	81712,79
6	4899,18	1093,59	3805,59	77907,21
7	4899,18	1042,66	3856,52	74050,69
8	4899,18	991,05	3908,13	70142,55
9	4899,18	938,74	3960,44	66182,11
10	4899,18	885,74	4013,44	62168,67
11	4899,18	832,02	4067,15	58101,52
12	4899,18	777,59	4121,59	53979,93
13	4899,18	722,43	4176,75	49803,19
14	4899,18	666,53	4232,65	45570,54
15	4899,18	609,89	4289,29	41281,25
16	4899,18	552,48	4346,70	36934,55
17	4899,18	494,31	4404,87	32529,68
18	4899,18	435,36	4463,82	28065,86
19	4899,18	375,61	4523,56	23542,29
20	4899,18	315,07	4584,10	18958,19
21	4899,18	253,72	4645,45	14312,73
22	4899,18	191,55	4707,63	9605,11
23	4899,18	128,55	4770,63	4834,48
24	4899,18	64,70	4834,48	0,00

8. Al comprar un refrigerador que cuesta \$ 550, un cliente pagó 25% de enganche y acordó pagar el saldo con 5 pagos mensuales vencidos iguales y con intereses de 1,35% mensual sobre saldos insolutos. ¿A cuánto ascendían los derechos adquiridos por el cliente inmediatamente antes de realizar el tercer pago?

<b>PRECIO</b>	\$ 550,00	
<b>ENGANCHE</b>	\$ 137,50	
<b>VA</b>	\$ 412,50	
<b>N PER</b>	5	P. MENSUALES
<b>TASA</b>	1,35%	MENSUAL
<b>PAGO</b>	\$ 85,87	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				412,5
1	85,87	5,57	80,30	332,20
2	85,87	4,48	81,39	250,81
3	85,87	3,39	82,49	168,33
4	85,87	2,27	83,60	84,73
5	85,87	1,14	84,73	0,00

El derecho adquirido por el cliente inmediatamente antes de realizar el tercer pago es: \$ 161,69.

9. ¿Con cuántos pagos semestrales iguales y vencidos de \$ 9.250 y un último de mayor cuantía se pagaría la adquisición de un terreno que cuesta \$57.500 si se carga una tasa anual de 11,4% convertible semestralmente? Elabore la tabla de amortización correspondiente.

<b>VA</b>	\$ 57.500,00	
<b>INTERÉS</b>	11,40%	C.S.
<b>TASA</b>	5,70%	SEMESTRES
<b>PAGO</b>	\$ 9.259,00	
<b>NPER</b>	\$ 7,88	P. SEMESTRALES

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				57500
1	9259	3277,50	5981,50	51518,50
2	9259	2936,55	6322,45	45196,05
3	9259	2576,18	6682,82	38513,23
4	9259	2195,25	7063,75	31449,48
5	9259	1792,62	7466,38	23983,10
6	9259	1367,04	7891,96	16091,14
7	9259	917,20	8341,80	7749,34
8	8191,05	441,71	7749,34	0,00

10. Una empresa debe pagar dentro de 6 meses la cantidad de \$ 45.000. Para asegurar el pago, el contralor propone, dado que hay liquidez en la empresa, acumular un fondo mediante depósitos mensuales a una cuenta que paga 7,35% convertible mensualmente.

a) ¿De cuánto deben ser los depósitos?

b) Haga una tabla que muestre la forma en que se acumula el fondo.

<b>VF</b>	\$ 45.000,00	
<b>INTERÉS</b>	7,35%	C.M.
<b>TASA</b>	0,61%	MENSUAL
<b>NPER</b>	6	P. MENSUALES
<b>PAGO</b>	\$ 7.385,97	

No	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0				0
1	7385,97	0,00	7385,97	7385,97
2	7385,97	45,24	7431,21	14817,19
3	7385,97	90,76	7476,73	22293,92
4	7385,97	136,55	7522,52	29816,44
5	7385,97	182,63	7568,60	37385,04
6	7385,97	228,98	7614,96	45000,00

11. El rector de un colegio crea un fondo de amortización con 8 depósitos trimestrales, para reunir \$ 65.250, en una institución financiera que ofrece un interés de 26% anual compuesto trimestralmente.

<b>j</b>	26%	CT
<b>m</b>	4	TRIMETRAL
<b>TASA</b>	6,50%	TRIMESTRAL
<b>NPER</b>	8	P. TRIMESTRALES
<b>VF</b>	\$ 65.250,00	
<b>PAGO</b>	\$ 6.475,23	

#### FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$6.475,23	0,00	\$6.475,23	\$6.475,23
2	\$6.475,23	420,8901861	\$6.896,12	\$13.371,36
3	\$6.475,23	869,1382343	\$7.344,37	\$20.715,73
4	\$6.475,23	1346,522406	\$7.821,76	\$28.537,49
5	\$6.475,23	1854,936548	\$8.330,17	\$36.867,66
6	\$6.475,23	2396,39761	\$8.871,63	\$45.739,29
7	\$6.475,23	2973,053641	\$9.448,29	\$55.187,57
8	\$6.475,23	3587,192313	\$10.062,43	\$65.250,00

12. Un empresario requiere juntar \$ 2.300 en ocho meses, para lo cual realiza depósitos mensuales en un fondo de amortización que le paga 35,7% de interés anual con capitalización mensual.

<b>j</b>	35,7%	CM
<b>m</b>	12	MENSUAL
<b>TASA</b>	2,98%	MENSUAL
<b>NPER</b>	8	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 2.300,00	
<b>PAGO</b>	\$ 258,88	

#### FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$258,88	0,00	\$258,88	\$258,88
2	\$258,88	7,70	\$266,58	\$525,46
3	\$258,88	15,63	\$274,51	\$799,97
4	\$258,88	23,80	\$282,68	\$1.082,65
5	\$258,88	32,21	\$291,09	\$1.373,74
6	\$258,88	40,87	\$299,75	\$1.673,49
7	\$258,88	49,79	\$308,67	\$1.982,15
8	\$258,88	58,97	\$317,85	\$2.300,00

13. Una deuda de \$ 5.500 se debe liquidar dentro de un año, por lo cual se forma un fondo de ahorro con depósitos mensuales y una tasa de interés de 22,8% anual convertible mensualmente.

<b>j</b>	22,8%	CM
<b>m</b>	12	MENSUAL
<b>TASA</b>	1,90%	MENSUAL
<b>NPER</b>	12	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 5.500,00	
<b>PAGO</b>	\$ 412,39	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$412,39	0,00	\$412,39	\$412,39
2	\$412,39	7,84	\$420,22	\$832,61
3	\$412,39	15,82	\$428,21	\$1.260,82
4	\$412,39	23,96	\$436,34	\$1.697,17
5	\$412,39	32,25	\$444,64	\$2.141,80
6	\$412,39	40,69	\$453,08	\$2.594,89
7	\$412,39	49,30	\$461,69	\$3.056,58
8	\$412,39	58,07	\$470,46	\$3.527,04
9	\$412,39	67,01	\$479,40	\$4.006,44
10	\$412,39	76,12	\$488,51	\$4.494,96
11	\$412,39	85,40	\$497,79	\$4.992,75
12	\$412,39	94,86	\$507,25	\$5.500,00

14. Un fabricante tiene una deuda de \$ 30.000 que debe liquidar dentro de 2 años, para lo cual realiza depósitos mensuales en una cuenta de ahorro que genera 20,5% anual compuesto mensualmente. ¿Cuánto habrá reunido el fabricante después de 1 año y 3 meses de depósitos?

<b>j</b>	20,5%	CM
<b>m</b>	12	MENSUAL
<b>TASA</b>	1,708%	MENSUAL
<b>NPER</b>	24	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 30.000,00	
<b>PAGO</b>	\$ 1.021,71	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$1.021,71	0,00	\$1.021,71	\$1.021,71
2	\$1.021,71	17,45	\$1.039,17	\$2.060,88
3	\$1.021,71	35,21	\$1.056,92	\$3.117,80
4	\$1.021,71	53,26	\$1.074,97	\$4.192,77
5	\$1.021,71	71,63	\$1.093,34	\$5.286,11
6	\$1.021,71	90,30	\$1.112,02	\$6.398,13
7	\$1.021,71	109,30	\$1.131,01	\$7.529,14
8	\$1.021,71	128,62	\$1.150,33	\$8.679,47
9	\$1.021,71	148,27	\$1.169,99	\$9.849,46
10	\$1.021,71	168,26	\$1.189,97	\$11.039,43
11	\$1.021,71	188,59	\$1.210,30	\$12.249,73
12	\$1.021,71	209,27	\$1.230,98	\$13.480,71
13	\$1.021,71	230,30	\$1.252,01	\$14.732,72
14	\$1.021,71	251,68	\$1.273,40	\$16.006,12
15	\$1.021,71	273,44	\$1.295,15	\$17.301,27
16	\$1.021,71	295,56	\$1.317,28	\$18.618,54
17	\$1.021,71	318,07	\$1.339,78	\$19.958,32
18	\$1.021,71	340,95	\$1.362,67	\$21.320,99
19	\$1.021,71	364,23	\$1.385,95	\$22.706,93
20	\$1.021,71	387,91	\$1.409,62	\$24.116,55
21	\$1.021,71	411,99	\$1.433,70	\$25.550,26
22	\$1.021,71	436,48	\$1.458,20	\$27.008,45
23	\$1.021,71	461,39	\$1.483,11	\$28.491,56
24	\$1.021,71	486,73	\$1.508,44	\$30.000,00

El fabricante después de 1 año y 3 meses de depósitos tiene reunido \$ 14.732,72

15. Una industria dedicada a la fabricación de artículos de cuero tiene contemplado reemplazar una de sus máquinas de aparar dentro de 4 años, lo que tendrá un costo de \$ 15.600. El departamento de finanzas toma la decisión de crear un fondo para reunir el dinero realizando los depósitos en el cierre semestral. El banco donde se crea el fondo ofrece una tasa de interés de 18,5% anual compuesto semestralmente. ¿Cuánto ha reunido la fábrica después de 2 años y medio de realizar los depósitos?

<b>j</b>	18,5%	CS
<b>m</b>	2	SEMESTRE
<b>TASA</b>	9,25%	SEMESTRE
<b>NPER</b>	8	P. SEMESTRALES
<b>VF</b>	\$ 5.600,00	
<b>PAGO</b>	\$ 1.401,76	

#### FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$1.401,76	0,00	\$1.401,76	\$1.401,76
2	\$1.401,76	129,66	\$1.531,43	\$2.933,19
3	\$1.401,76	271,32	\$1.673,08	\$4.606,27
4	\$1.401,76	426,08	\$1.827,84	\$6.434,11
5	\$1.401,76	595,16	\$1.996,92	\$8.431,03
6	\$1.401,76	779,87	\$2.181,63	\$10.612,66
7	\$1.401,76	981,67	\$2.383,43	\$12.996,10
8	\$1.401,76	1202,14	\$2.603,90	\$15.600,00

Después de 2 años y medio la fábrica ha reunido \$ 8.431,03

16. La compañía WHS desea crear un fondo de jubilación para sus empleados, en el cual se realizan aportaciones de \$ 100 cada mes, en una cuenta que paga 20,5% anual con capitalización mensual. William Andrés, que es empleado de la compañía, tiene pensado jubilarse dentro de un año y medio, ¿Cuánto recibirá William por su jubilación?

<b>j</b>	20,5%	CM
<b>m</b>	12	
<b>TASA</b>	1,71%	MENSUAL
<b>NPER</b>	18	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 2.086,79	
<b>PAGO</b>	\$ 100,00	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$100,00	0,00	\$100,00	\$100,00
2	\$100,00	1,71	\$101,71	\$201,71
3	\$100,00	3,45	\$103,45	\$305,15
4	\$100,00	5,21	\$105,21	\$410,37
5	\$100,00	7,01	\$107,01	\$517,38
6	\$100,00	8,84	\$108,84	\$626,22
7	\$100,00	10,70	\$110,70	\$736,91
8	\$100,00	12,59	\$112,59	\$849,50
9	\$100,00	14,51	\$114,51	\$964,02
10	\$100,00	16,47	\$116,47	\$1.080,48
11	\$100,00	18,46	\$118,46	\$1.198,94
12	\$100,00	20,48	\$120,48	\$1.319,42
13	\$100,00	22,54	\$122,54	\$1.441,96
14	\$100,00	24,63	\$124,63	\$1.566,60
15	\$100,00	26,76	\$126,76	\$1.693,36
16	\$100,00	28,93	\$128,93	\$1.822,29
17	\$100,00	31,13	\$131,13	\$1.953,42
18	\$100,00	33,37	\$133,37	\$2.086,79

17. María José está pagando un seguro escolar con \$ 320 mensuales. Si la compañía aseguradora le ofrece un rendimiento de 22,3% anual convertible mensualmente, ¿Cuánto recibirá por su seguro después de 3 trimestres?

<b>j</b>	22,3%	CM
<b>m</b>	12	MENSUAL
<b>TASA</b>	1,86%	MENSUAL
<b>NPER</b>	9	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$3.103,63	
<b>PAGO</b>	\$320,00	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$320,00	0,00	\$320,00	\$320,00
2	\$320,00	5,95	\$325,95	\$645,95
3	\$320,00	12,00	\$332,00	\$977,95
4	\$320,00	18,17	\$338,17	\$1.316,12
5	\$320,00	24,46	\$344,46	\$1.660,58
6	\$320,00	30,86	\$350,86	\$2.011,44
7	\$320,00	37,38	\$357,38	\$2.368,82
8	\$320,00	44,02	\$364,02	\$2.732,84
9	\$320,00	50,79	\$370,79	\$3.103,63

18. ¿Cuál es el valor de los depósitos bimestrales que se deben realizar durante 2 años y 8 meses para reunir \$ 9.400; si la tasa de interés es de 31,5% anual convertible bimestralmente?

<b>j</b>	31,5%	CB
<b>m</b>	6	BIMESTRAL
<b>TASA</b>	5,25%	BIMESTRAL
<b>NPER</b>	16	P. BIMESTRALES
<b>VF</b>	\$ 9.400,00	
<b>PAGO</b>	\$ 389,34	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$389,34	0,00	\$389,34	\$389,34
2	\$389,34	20,44	\$409,78	\$799,12
3	\$389,34	41,95	\$431,29	\$1.230,41
4	\$389,34	64,60	\$453,94	\$1.684,35
5	\$389,34	88,43	\$477,77	\$2.162,11
6	\$389,34	113,51	\$502,85	\$2.664,96
7	\$389,34	139,91	\$529,25	\$3.194,21
8	\$389,34	167,70	\$557,04	\$3.751,25
9	\$389,34	196,94	\$586,28	\$4.337,53
10	\$389,34	227,72	\$617,06	\$4.954,59
11	\$389,34	260,12	\$649,45	\$5.604,04
12	\$389,34	294,21	\$683,55	\$6.287,59
13	\$389,34	330,10	\$719,44	\$7.007,03
14	\$389,34	367,87	\$757,21	\$7.764,24
15	\$389,34	407,62	\$796,96	\$8.561,20
16	\$389,34	449,46	\$838,80	<b>\$9.400,00</b>

19. Se tiene una deuda de \$ 11.000, la cual se debe liquidar con un pago único dentro de 3 años. Para reunir el dinero se crea un fondo de amortización mediante pagos trimestrales y una tasa de interés de 25,6 % anual con capitalización trimestral. Construye la tabla de amortización.

<b>j</b>	25,6%	CT
<b>m</b>	4	TRIMESTRAL
<b>TASA</b>	6,40%	TRIMESTRAL
<b>NPER</b>	12	P. TRIMESTRALES
<b>VF</b>	\$ 11.000,00	
<b>PAGO</b>	\$ 636,97	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$636,97	0,00	\$636,97	\$636,97
2	\$636,97	40,77	\$677,74	\$1.314,71
3	\$636,97	84,14	\$721,11	\$2.035,82
4	\$636,97	130,29	\$767,26	\$2.803,09
5	\$636,97	179,40	\$816,37	\$3.619,46
6	\$636,97	231,65	\$868,62	\$4.488,07
7	\$636,97	287,24	\$924,21	\$5.412,28
8	\$636,97	346,39	\$983,36	\$6.395,64
9	\$636,97	409,32	\$1.046,29	\$7.441,93
10	\$636,97	476,28	\$1.113,26	\$8.555,19
11	\$636,97	547,53	\$1.184,50	\$9.739,69
12	\$636,97	623,34	\$1.260,31	\$11.000,00

20. Lourdes tiene que reunir \$ 5.250 dentro de 6 meses mediante un financiamiento, para lo cual realiza depósitos mensuales en un fondo de ahorro que le paga un interés de 42,8% anual compuesto mensualmente. ¿Cuánto tendrá ahorrado Lourdes después de 1 trimestre?

<b>j</b>	42,8%	CM
<b>m</b>	12	MENSUAL
<b>TASA</b>	3,57%	MENSUAL
<b>NPER</b>	6	P. MENSUALES
<b>VF</b>	\$ 5.250,00	
<b>PAGO</b>	\$ 800,17	

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

N° CUOTAS	CUOTAS	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	-	-	-	0,00
1	\$800,17	0,00	\$800,17	\$800,17
2	\$800,17	28,54	\$828,71	\$1.628,87
3	\$800,17	58,10	\$858,26	\$2.487,14
4	\$800,17	88,71	\$888,87	\$3.376,01
5	\$800,17	120,41	\$920,58	\$4.296,59
6	\$800,17	153,24	\$953,41	\$5.250,00

Después de un trimestre tiene ahorrado \$ 2.487,14





## BIBLIOGRAFÍA

- Aching, C. (2006). *Matemáticas Financieras para la toma de decisiones empresariales*. [http://www.adizesca.com/site/assets/me-matematicas\\_financieras\\_para\\_toma\\_de\\_decisiones\\_empresariales-ca.pdf](http://www.adizesca.com/site/assets/me-matematicas_financieras_para_toma_de_decisiones_empresariales-ca.pdf)
- Ayra, J., y Lander, R. (2009). *Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía* (5a Ed). México: Pearson Educación.
- Ayres, F. (1997). *Matemáticas Financieras*. México: McGraw-Hill.
- Díaz, A., y Aguilera, V. (1987). *Matemáticas Financieras*. México: McGraw-Hill.
- Díaz, A., y Aguilera, V. (2013). *Matemáticas Financieras* (5a Ed). México: McGraw-Hill.
- García, A., Escalera, M., y Martínez, C. (2013). Percepción del alumno hacia el proceso de enseñanza de la matemática financiera mediado por las TIC. un estudio empírico a partir de las variables de la escala EAPHFM. *Investigación Administrativa*, (112), 23-38.
- García, A. (2014). *Matemáticas Financieras para la toma de decisiones*. <http://www.eumed.net/libros-gratis/2014/1406/index.htm>
- García, J. (2008). *Matemáticas Financieras con ecuaciones de diferencia finita* (5a Ed). Bogotá, Colombia: Pearson.
- García, J. (2013). *Matemáticas Financieras*. Medellín, Colombia: Ediciones UNAULA.
- Genes, J., Nájera, F., y Monroy, S. (2017). Metodologías activas para la solución de problemas al enseñar matemáticas financieras. *Omnia*, 23 (1), 44-58.
- Haeussler, E., y Paul, R (2003). *Matemática para administración y economía* (10a Ed). México: Pearson Educación.
- Lincoyan, G. (1997). *Matemáticas Financieras* (4a Ed). Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.
- Meza, J. (2011). *Matemáticas financieras aplicadas* (4a Ed). Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones Ltda.

- Mora, A. (2009). *Matemáticas Financieras* (3a Ed). México: Alfaomega Grupo Editor, S.A.
- Palacios, H. (2006). *Fundamentos técnicos de la matemática financiera*. Perú: Ediciones Nova Print. S.A.C.
- Ramírez, C., García, M., Pantoja, C., y Zambrano, A. (2009). *Fundamentos de matemáticas financieras*. Cartagena de Indias, Colombia: Editorial Universidad Libre Sede Cartagena
- Rivera, J. (2007). *Matemáticas Financieras*. México: Instituto Politécnico Nacional-Dirección de Publicaciones.
- Rojas, A. (2010). Didáctica Crítica de la Matemática Financiera. *Sapiens Revista Universitaria de Investigación*, 11 (2), 113-132.
- Santana, L. (2016). *Matemáticas Financieras y valoración*. Bogotá, Colombia: Alfaomega Grupo Editor, S.A.
- Villalobos, J. (2007). *Matemáticas financieras* (3a Ed). México: Pearson Educación.







### **William Henry Sarmiento Espinoza**

<http://orcid.org/0000-0003-4712-8688>, [wsarmiento@ucacue.edu.ec](mailto:wsarmiento@ucacue.edu.ec),

Magister en Didáctica de las Matemáticas; Especialista en docencia universitaria; Ingeniero comercial; Contador público; Docente investigador; ex Sub decano de la unidad académica de administración de la universidad católica de Cuenca, ex docente de la universidad del Azuay; ex docente de la Unidad educativa particular la Asunción. Artículos publicados en bases regionales y científicas de alto impacto. Capítulos de Libros y Libro bajo los lineamientos del CACES. Director y Codirector de proyectos de investigación aprobados en convocatorias realizadas por la Universidad Católica de Cuenca-Ecuador. Expositor en Congresos Internacionales.



### **Kléber Antonio Luna Altamirano**

<http://0000-0002-4030-8005>; [klunaa@ucacue.edu.ec](mailto:klunaa@ucacue.edu.ec)

Candidato a Doctor en Ciencias Sociales, Mención Gerencia, de la Universidad del Zulia República Bolivariana de Venezuela. Magister en Administración de Empresas, Mención Recursos Humanos y Marketing. Economista. Licenciado en Economía y Finanzas. Docente Investigador, Unidad Académica de Administración de la Universidad Católica de Cuenca-Ecuador. Varias publicaciones de artículos científicos en revistas indexadas en bases de datos como Latindex 2.0, Redalyc, Doaj, Scielo, Erihplus; y de alto impacto como Scopus. Capítulos de Libros y Libros bajo los parámetros del Consejo de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CACES). Director y Codirector de varios proyectos de investigación aprobados en convocatorias realizadas por la Universidad Católica de Cuenca-Ecuador. Expositor en diversos Congresos Internacionales a nivel nacional e internacional.



Otros títulos de la colección  
Ciencias Sociales y Humanidades



***Violencia intrafamiliar. Beneficios de un proyecto social***  
Vanessa Quito Calle, Mónica Tamayo Piedra y Olga Neira Cárdenas

***Hitos de la constitución ecuatoriana***  
Colectivo de autores

***El perfeccionamiento de los contratos***  
Fernando Moreno Morejón

***Tópicos actuales de derecho tributario ecuatoriano***  
Diego Adrián Ormaza Ávila, Ana Fabiola Zamora Vázquez, Teodoro Javier Cárdenas Parra, Amanda Fabiola Palacios Palacios, Evelin Daniela Vaca Asitimbay

Otros títulos de la colección  
Ciencias, Ingenierías y Medio Ambiente



***Análisis de funciones especiales***

Carlos Fernando Méndez Martínez

***Topografía aplicada a las Ciencias Agrícolas***

Carlos Eloy Balmaseda Espinosa

***Bioestadística***

Froilán Segundo Méndez Vélez, Milton Bolívar Romo Toledo y  
Gabriela Alejandra Ortega Castro

***Desafiando a la ciudad letrada. Formas antagonistas  
de urbanismo en América Latina***

Antonio di Campli

Otros títulos de la colección  
Salud y Bienestar



***Correlación entre la medicina de laboratorio y las Ciencias básicas y clínicas***

Julio César Sempértegui Vega, Sandra Patricia Ochoa Zamora,  
Poletth Estefania Sempértegui Alvarado y Mateo Esteban Zea Cabrera

***Patología estructural básica***

Yolanda Vanegas Cobeña, Nancy Vanegas Cobeña y Leonardo Morales Vanegas

***Esquizofrenia. El enigma continua***

Douglas Calvo de la Paz

***Enfermería: investigación y el cuidado directo***

Edison Gustavo Moyano Brito, Nube Johanna Pacurucu Ávila, Isabel Cristina Mesa Cano, Lizette Espinosa Martín, Zoila Katherine Salazar Torres

***Canino retenido: historia, diagnóstico y tratamiento actual***

Diego Palacios Vivar, Yonatan Torres Cruz, Vinicio Barzallo Sardi

***Enfermería en la salud de Ecuador y Cañar***

María Fernanda Peralta Cárdenas, María Erlinda Aguaiza Pichazaca, José Ivo Contreras Briceño, Luis Hermmann Rodríguez Rangel

***Salud pública y enfermería en el contexto ecuatoriano***

Erica Paola Rojas Verdugo, Zandra Maribel Regalado Vazquez, Johanna Rosalí Reyes Reinoso, Angela María Quintero de Contreras



*Matemática financiera: una experiencia en el aula*  
se publicó en la ciudad de Cuenca, Ecuador, en octubre de  
2021, en la Editorial Universitaria Católica (EDUNICA),  
de forma digital.





ISBN: 978-9942-27-137-2

